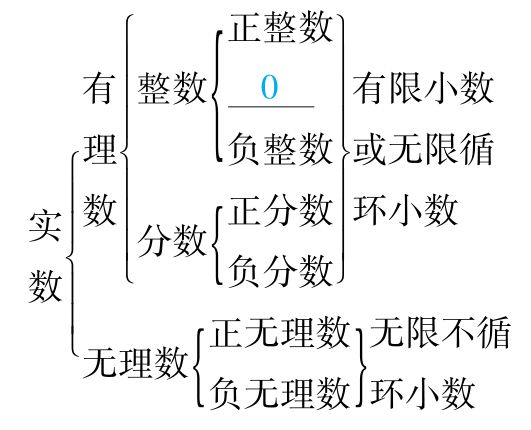
# 第一部分 基础知识

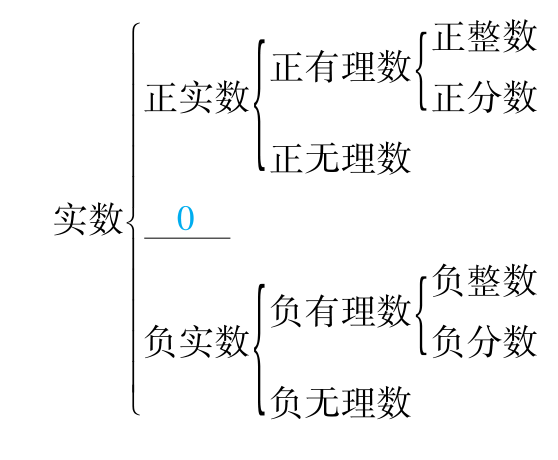
## 第1讲 实数及其运算

### 知识点1 实数的分类

1.按定义分



2.按正负分



### 知识点2 实数的相关概念

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 名称 | 定义 | 性质 |
| 数轴 | 规定了  ① 原点 、② 正方向 和③ 单位长度 的直线叫作数轴 | （1）数轴上两个点表示的数，右边的总比左边的④ 大 ；（2）数轴上的点与实数具有⑤ 一一对应 关系；（3）数轴上位于原点两侧，到原点距离相等的点表示的数  ⑥ 互为相反数 ，这两个数的⑦ 绝对值 相等 |
| 相反数 | 只有⑧ 符号 不同的两个数互为相反数 | 1. 互为相反数的两个数 , 表示：   ⑨ ; ⑩ 0 ；  （2）0的相反数是⑪ 0 |
| 倒数 | 如果两个数的⑫ 乘积为1 ,那么称这两个数互为倒数 | (1)⑬ 0 没有倒数；（2）一个非零数 的倒数为⑭ |
| 绝对值 | 数轴上表示实数 的点到原点的⑮ 距离叫作实数 的绝对值，记作 | 注意：绝对值具有非负性 |

### 知识点3 实数的大小比较

1.数轴上两个点表示的数，右边的总比左边的 大 。

2.正数大于0，负数小于0，正数大于一切负数，两个负数中绝对值大的反而 小 。

### 知识点4 科学记数法

1.科学记数法的表示形式： 。

2. 和 的确定

（1） 的确定： 是整数位只有一位的数，即 。

（2） 的确定：当一个数的绝对值大于10时， 是正整数，其值等于原数的整数位数 减1 ，或等于原数变为 时，小数点向左移动的位数；当一个数的绝对值小于1时， 是负整数， 的绝对值等于原数左起第一个非零数字前 所有零的个数 （包括小数点前的零），或等于原数变为 时，小数点向右移动的位数。

### 知识点5 平方根、算术平方根和立方根

1.平方根、算术平方根和立方根

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 名称 | 含义 | 表示 | 性质 |
| 平方根 | 如果一个数 的平方等于 ,那么这个数 叫作 的① 平方根 | 实数 的平方根表示为 | （1）一个正数有两个平方根，它们③ 互为相反数 ；0的平方根是④ 0 ；负数没有平方根；  （2）平方根等于它本身的数是⑤ 0 |
| 算术平方根 | 如果一个正数 的平方等于 ,那么这个正数 叫作 的⑥ 算术平方根 | 实数 的算术平方根表示为⑦ | （1）一个正数有一个正的算术平方根（双重非负性）；0的算术平方根是⑧ 0 ；负数没有算术平方根；  （2）算术平方根等于它本身的数是⑨ 0和1 |
| 立方根 | 如果一个数 的立方等于 ,那么这个数 叫作 的⑩立方根 | 实数 的立方根表示为⑪ | （1）所有的数都有一个立方根，且与原数同号；  （2）立方根等于它本身的数是⑫ 0和 |

2.开方

（1）求一个数 的平方根的运算，叫作开平方，其中 叫作被开方数；

（2）求一个数 的立方根的运算，叫作开立方，其中 叫作被开方数。

### 知识点6 实数的运算

1.加法：（1）同号两数相加，取相同的符号，并把 绝对值相加 ；

（2）异号两数相加，绝对值相等时和为0；绝对值不相等时，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值 减去 较小的绝对值。

2.减法：减去一个数，等于加上这个数的 相反数 ，即 。

3.乘法：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘，即 , 。（注意：任何数与0相乘，积仍为0）

4.除法：除以一个不等于0的数，等于乘这个数的倒数，即 。（注意：0除以任何不等于0的数，仍得0）

5.乘方： 表示 个 相乘。（注意： ，表示 个 相加）

6.实数混合运算的运算顺序：先算乘方，再算乘除，最后算加减，有括号的先算括号里面的；同级运算要按照从左到右的顺序依次进行。

## 第2讲 整式及因式分解

### 知识点1 整式的相关概念

1.代数式：用运算符号把数和字母连接而成的式子。

2.单项式：（1）定义：由数或字母的积所组成的代数式叫作单项式。（单独一个数或字母也是单项式）

（2）系数：单项式中的 数字因数 。

（3）次数：单项式中 所有字母 指数的和。

3.多项式：（1）定义：几个单项式的和叫作多项式。

（2）项：多项式中的每个 单项式 。

（3）次数：多项式中 次数最高项的次数 。

4.整式： 单项式 和 多项式 统称为整式。

### 知识点2 整式的运算

1.整式的加减运算

（1）同类项：所含 字母 相同，并且 相同字母的指数 也相同的项。

（2）合并同类项：把同类项合并成一项。

（3）合并同类项法则：把同类项的系数相加，字母和字母的 指数 不变。如 。

（4）去括号：括号前是“+”号，去括号后，括号内各项都不变号，如 + + ；括号前是“-”号，去括号后，括号内各项都变号，如 - - 。

（5）整式加减的步骤：先去括号，再合并同类项。

2.幂的运算（ ， 为正整数）

（1）同底数幂的乘法：底数不变，指数相加， ；

（2）同底数幂的除法： 底数不变，指数相减 ， ；

（3）幂的乘方： 底数不变，指数相乘 ， ；

（4）积的乘方：把积中的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘， 。

3.整式的乘除运算

（1）单项式乘单项式：把它们的系数、同底数幂分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式，如 。

（2）单项式乘多项式：根据乘法分配律用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加，如 。

（3）多项式乘多项式：先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加，如 。

（4）乘法公式

完全平方公式： ；

平方差公式： 。

（5）单项式除以单项式：把系数与同底数幂分别相除作为商的因式，对于只在被除式里含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式。

（6）多项式除以单项式：先把这个多项式的每一项除以这个单项式，再把所得的商相加。

4.整式的运算顺序：先算乘方，再算乘除，最后算加减，有括号的先算括号里面的；同级运算要按照从左到右的顺序依次进行。

### 知识点3 因式分解

1.定义：把一个多项式化成几个整式的积的形式，这种变形叫作这个多项式的因式分解，也叫把这个多项式分解因式。

2.因式分解的方法

（1）提公因式法：如果一个多项式的各项有公因式，那么就可以把这个公因式提取出来，从而将多项式写成公因式与另一个因式乘积的形式。其中公因式的确定：

①系数：取各项系数的 最大公因数 ；

②字母：取各项相同的 字母或因式 ;

③次数：取各项相同字母或因式的 最低次数 。

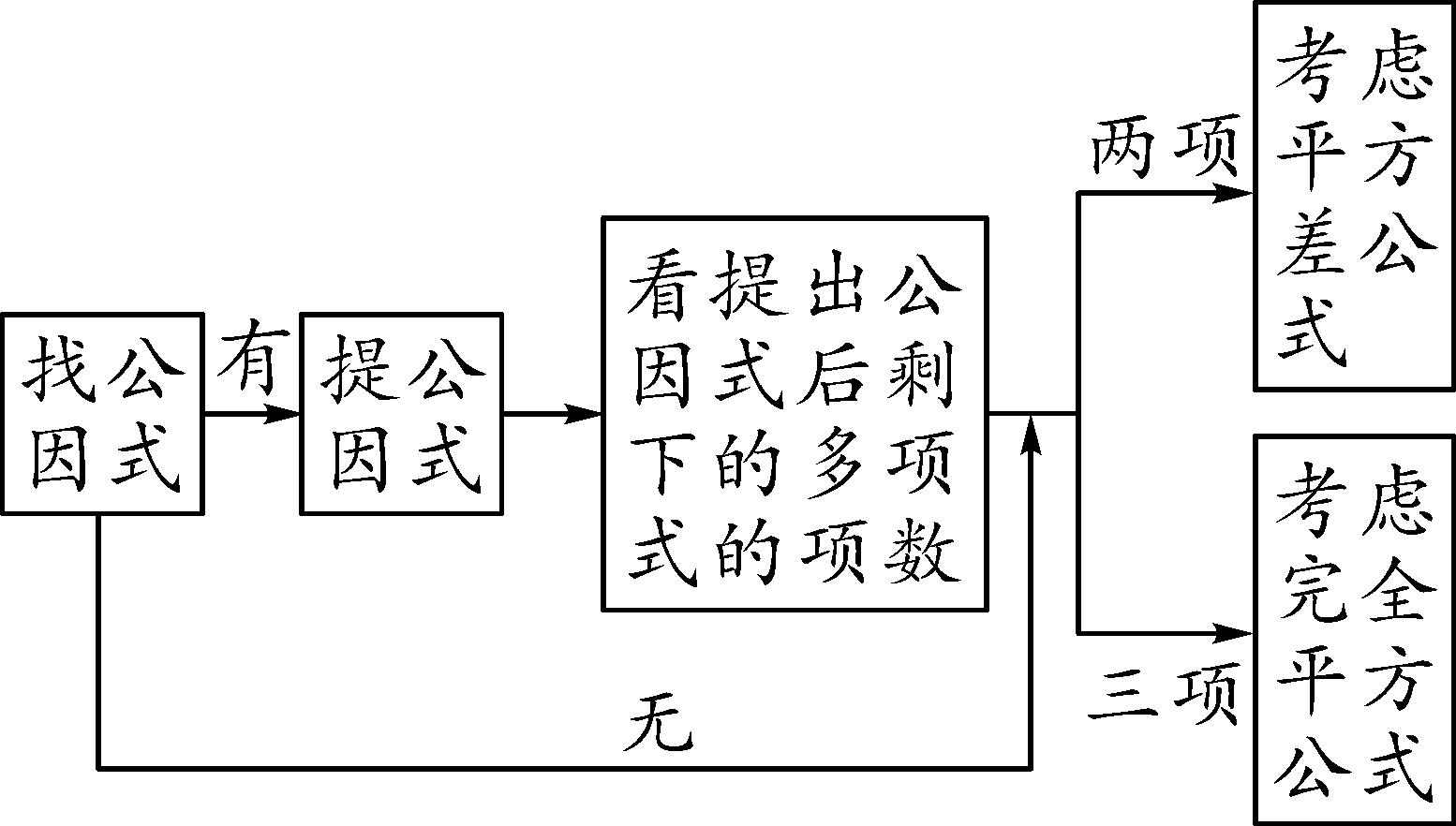
（2）公式法

完全平方公式： ， ；

平方差公式： ；

立方和（差）公式： 。

3.因式分解的一般步骤



## 第3讲 分式

### 知识点1 分式的概念及性质

1.分式：一般地，用 ， 表示两个整式， 可以表示成 的形式，如果 中含有 字母 ，那么称 为分式。

2.分式 有意义的条件： 。

3.分式 值为0的条件： 且。

4.分式的基本性质：分式的分子与分母都乘（或除以）同一个不等于零的整式，分式的值 不变 。

5.符号法则：分式中，分式本身、分子、分母三者中有两者同时改变符号，分式的值 不变 。

6.最简分式：分式的分子和分母中没有 公因式 的分式。

### 知识点2 分式的运算

1.分式的乘法：两个分式相乘，把分子相乘的积作为积的分子，把分母相乘的积作为积的分母，即 。

2.分式的除法：两个分式相除，把除式的分子和分母颠倒位置后再与被除式相乘，即 。

3.分式的乘方：分式的乘方要把分子、分母分别乘方，即 （ 为正整数， ）。

4.分式的加减法

（1）同分母的分式相加减， 分母 不变，把 分子 相加减；

（2）异分母的分式相加减，先通分，化为同分母的分式，然后再按同分母分式的加减法法则进行计算。

5.分式运算的顺序

（1）分式的混合运算，先算乘方，再算乘除，最后算加减，如果有括号先算括号里边的；

（2）分式的化简求值题，要先化简，再代入字母的值进行求值。

## 第4讲 二次根式

### 知识点1 二次根式的相关概念

1.二次根式：形如 的式子。

2.二次根式 有意义的条件： 。

3.最简二次根式满足的条件

（1）开方数不含 分母 ；（2）被开方数中不含能 开得尽方 的因数或因式。

### 知识点2 二次根式的性质

1. 具有双重非负性，即

2. ;

3.

4.积的算术平方根： ；

5.商的算术平方根： 。

### 知识点3 二次根式的运算

1.二次根式的加减：先将二次根式化为最简二次根式，再将被开方数相同的二次根式合并;

2.二次根式的乘法： ;

3.二次根式的除法： 。

### 知识点4 二次根式的估算

二次根式估算的一般步骤：

（1）对二次根式进行平方，如 ;

（2）找出与平方后所得数字相邻的两个开平方能开得尽的整数，如 ;

（3）对以上两个整数求算术平方根，如 , ;

（4）确定这个二次根式值的范围，如 。

## 第5讲 一次方程（组）

### 知识点1 等式的基本性质

性质1：等式两边加（或减）同一个数（或式子），结果仍相等。

如果 ，那么 。（对应解方程的移项）

性质2：等式两边乘同一个数，或除以同一个不为0的数，结果仍相等。

如果 ，那么 ； （对应解方程的去分母）

如果 ，那么 。 （对应解方程的系数化为1）

### 知识点2 一元一次方程及其解法

1.一元一次方程：只含有 一 个未知数，并且未知数的次数都是 ，等号两边都是整式的方程。

2.一般形式： 。

3.解一元一次方程的步骤

（1）去分母：方程中未知数系数为分数，去分母时，在方程两边都乘各分母的 最小公倍数 ；

（2）去括号：注意括号外的符号，若是负号，则去括号后，括号内的每一项都要 变号 ；

（3）移项：把含有未知数的项移到方程的一边，其他各项都移到方程的另一边，注意移项要 变号 ；

（4）合并同类项：注意找准同类项，合并时，系数相加减，字母及其指数 不变 ；

（5）系数化为1：等号两边同时除以未知数的系数。

### 知识点3 二元一次方程（组）及其解法

1.相关概念

（1）二元一次方程：含有 两 个未知数，并且含有未知数的项的次数都是 1 的方程。

（2）二元一次方程的解：使二元一次方程两边的值相等的两个未知数的值。

（3）二元一次方程组：共含有两个未知数的两个一次方程所组成的一组方程。

（4）二元一次方程组的解：二元一次方程组的两个方程的公共解。

2.二元一次方程组的解法

（1）思路：二元一次方程组 一元一次方程。

（2）常用消元方法

①代入消元法

一变:选取一个方程，用其中一个未知数表示另一个未知数；二代：将所得的式子代入另一个方程中，消元转化为一元一次方程；三解：解所得的一元一次方程；四回代：将一元一次方程的解代入方程组中求出另一个未知数。

②加减消元法

当方程组中同一个未知数的系数相同或互为相反数时，利用相减或相加即可达到消元的目的，化为一元一次方程求解即可。当系数不同也不互为相反数时，可通过找同一未知数系数的最小公倍数，将系数变成相同或互为相反数，再用此方法求解。

### 知识点4 一次方程（组）的实际应用

列一次方程（组）解决实际问题的一般步骤：

（1）审：审清题意，分清已知量、未知量；

（2）设：设关键的未知数；

（3）列：找出等量关系，列方程（组），注意量的单位要统一；

（4）解：解方程（组），求出未知数的值；

（5）验：检验所得的结果是否符合实际；

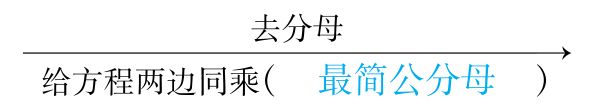
（6）答：规范作答，注意单位名称。

## 第6讲 分式方程

### 知识点1 分式方程及其解法

1.定义：分母中含有 未知数 的 方程 叫作分式方程。

2.解分式方程的一般步骤：

一化：分式方程 整式方程；

二解：解 整式方程 ；

三检验：将整式方程的根 代入 最简公分母 ，若不为0，则 是分式方程的根；若为0，则 是分式方程的增根；

四写根： 是原分式方程的根或原分式方程无解。

3.增根：去分母后的整式方程的根，使得原分式方程的分母为 0 的根。

### 知识点2 分式方程的实际应用

列分式方程解决实际问题的一般步骤：

审题→设未知数→找等量关系→列分式方程→解分式方程→检验→作答

## 第7讲 一元二次方程

### 知识点1 一元二次方程及其解法

1.一元二次方程：只含有 一个 未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程。

2.一元二次方程的一般形式是 （ , , 为常数， ）。

3.一元二次方程的常用解法

（1）直接开平方法：形如 或 的一元二次方程，可用直接开平方的方法求解。

（2）配方法解一元二次方程 的一般步骤：

①变形：将二次项系数化为1，即方程两边同时除以二次项系数；

②移项：将常数项移到方程右边，左边为二次项和一次项；

③配方：方程两边都加上一次项系数一半的平方，配成完全平方式，即 的形式；

④求解：当 ，用直接开平方法求解；当 ，原方程无解。

（3）公式法解一元二次方程的一般步骤：

①将方程化为 一般 形式，方程的右边一定要化为0，并确定 , , 的值；

②当 时，把 , , 的值代入求根公式 ；当 时，原方程无解。

（4）因式分解法解一元二次方程的一般步骤：

①移项：将方程右边化为 0 ；

②化积：把方程左边分解为 两个一次因式的乘积 ；

③转化：分别令每个一次因式等于0，转化成两个 一元一次方程 ；

④求解：解这两个 一元一次方程 ，它们的解就是原一元二次方程的解。

### 知识点2 一元二次方程根的判别式

关于 的一元二次方程 的根的判别式为 。

一元二次方程有 两个不相等 的实数根。

一元二次方程有两个相等的实数根。

一元二次方程没有实数根。

（选学）一元二次方程根与系数的关系：若一元二次方程 的两个根为 和 ，则方程的两个根 ， 和系数 , , 的关系为 ， 。

### 知识点3 一元二次方程的实际应用

列一元二次方程解决实际问题的步骤：（1）审：审清题意找等量关系；（2）设：设定未知数；（3）列：列出一元二次方程；（4）解：解一元二次方程；（5）验：检验所得解是否为原方程的解，是否符合题意；（6）答：写出答案，回答题目中的问题。

## 第8讲 不等式（组）

### 知识点1 不等式的概念及性质

1.不等式的有关概念

用不等号连接起来的式子叫作不等式；使不等式成立的 未知数 的值叫作不等式的解。一般地，一个含有未知数的不等式的 所有的 解，组成这个不等式的解集;求不等式的解集的过程叫作解不等式。

2. 不等式的基本性质

（1）不等式两边加（或减）同一个数（或式子）,不等号的方向 不变 。

如果 ，那么 。

（2）不等式两边乘（或除以）同一个正数,不等号的方向 不变 。

如果 ， ,那么 。

（3）不等式两边乘（或除以）同一个负数,不等号的方向 改变 。

如果 ， ,那么 。

### 知识点2 一元一次不等式

1.一元一次不等式：含有 一个 未知数，并且未知数的次数是 1 的不等式。

2.解一元一次不等式的一般步骤

（1）去分母：在不等式两边同乘各分母的 最小公倍数 ,得到整数系数的不等式；

（2）去括号：根据去括号法则去括号，特别要注意，括号外面是负号时，去掉括号，括号里面的各项要改变符号；

（3）移项：把含有 未知数 的项移到不等式的一边，其他项移到不等式的另一边；

（4）合并同类项：根据合并同类项的法则，同类项系数相加减；

（5）系数化为1：不等式两边都除以 未知数 的系数，当这个系数是负数时，不等号的方向要改变。

### 知识点3 一元一次不等式组

1.一元一次不等式组的相关概念

把几个含有相同未知数的 一元一次不等式 合起来，就组成一个一元一次不等式组。一般地，几个一元一次不等式的解集的公共部分叫作由它们组成的一元一次不等式组的解集。

2.解一元一次不等式组的一般步骤:（1）分别求出不等式组中各不等式的 解集 ；（2）将各不等式的解集在 数轴 上表示出来；（3）在数轴上找出各不等式的解集的公共部分，这个公共部分就是不等式组的解集。

3.一元一次不等式组的整数解

（1）一元一次不等式组的整数解是指不等式组的解集中的整数；

（2） 求一元一次不等式组的整数解的一般步骤：先求出不等式组的解集，再从解集中找出所有 整数解 。

### 知识点4 一元一次不等式（组）的实际应用

列一元一次不等式（组）解决实际问题的一般步骤：（1）审题；（2）设未知数；（3）列不等式（组）；（4）解不等式（组）；（5）检验并写出答案。

## 第9讲 平面直角坐标系与函数概念

### 知识点1 平面直角坐标系及相关概念

1.平面直角坐标系：平面上互相垂直且有公共原点的两条数轴构成平面直角坐标系。在平面直角坐标系中，对于平面上任意一点，都有唯一的一个有序数对（即点的坐标）与它对应；反过来，对于任意一个有序实数对，都有平面上唯一的一个点与它对应。

2.平面直角坐标系中点的坐标特征

（1）各象限内点坐标的符号特征：

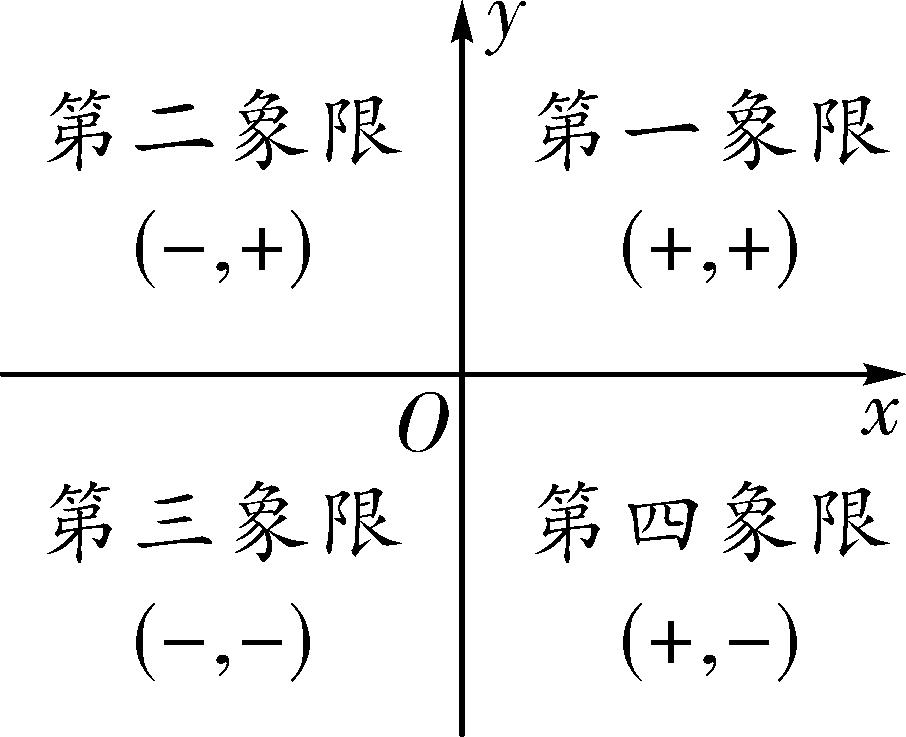


图1-9-1

（2）坐标轴上点的坐标特征：

①点 在 轴上 ；

②点 在 轴上 ；

③点 在原点 , 。

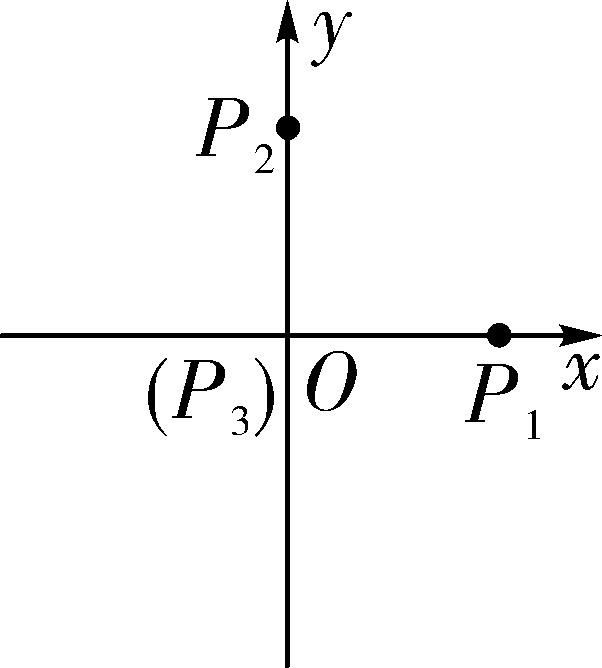


图1-9-2

（3）各象限角平分线上点的坐标特征：

①第一、三象限角平分线上的点，横、纵坐标分别 相等 ；

②第二、四象限角平分线上的点，横、纵坐标互为 相反数 。

（4）平行于坐标轴的直线上点的坐标特征：

①平行于 轴的直线 上点的 纵坐标 相等；

②平行于 轴的直线 上点的 横坐标 相等。

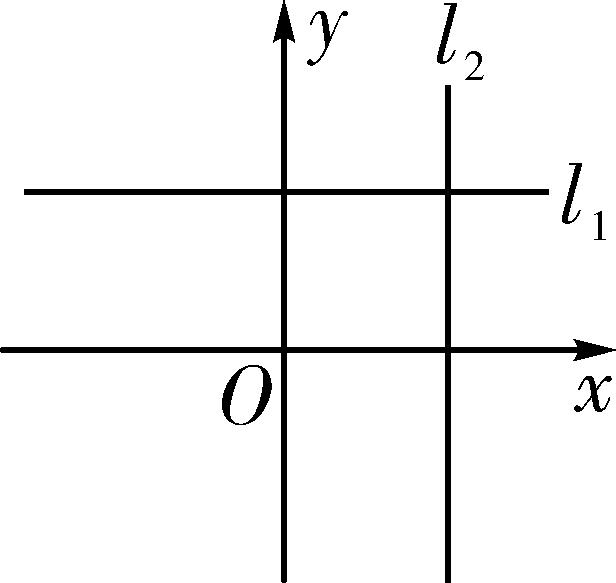


图1-9-3

3.平面直角坐标系中点的距离

（1）点 到 轴的距离为 ,点 到 轴的距离为 ,点 到原点距离为 ；

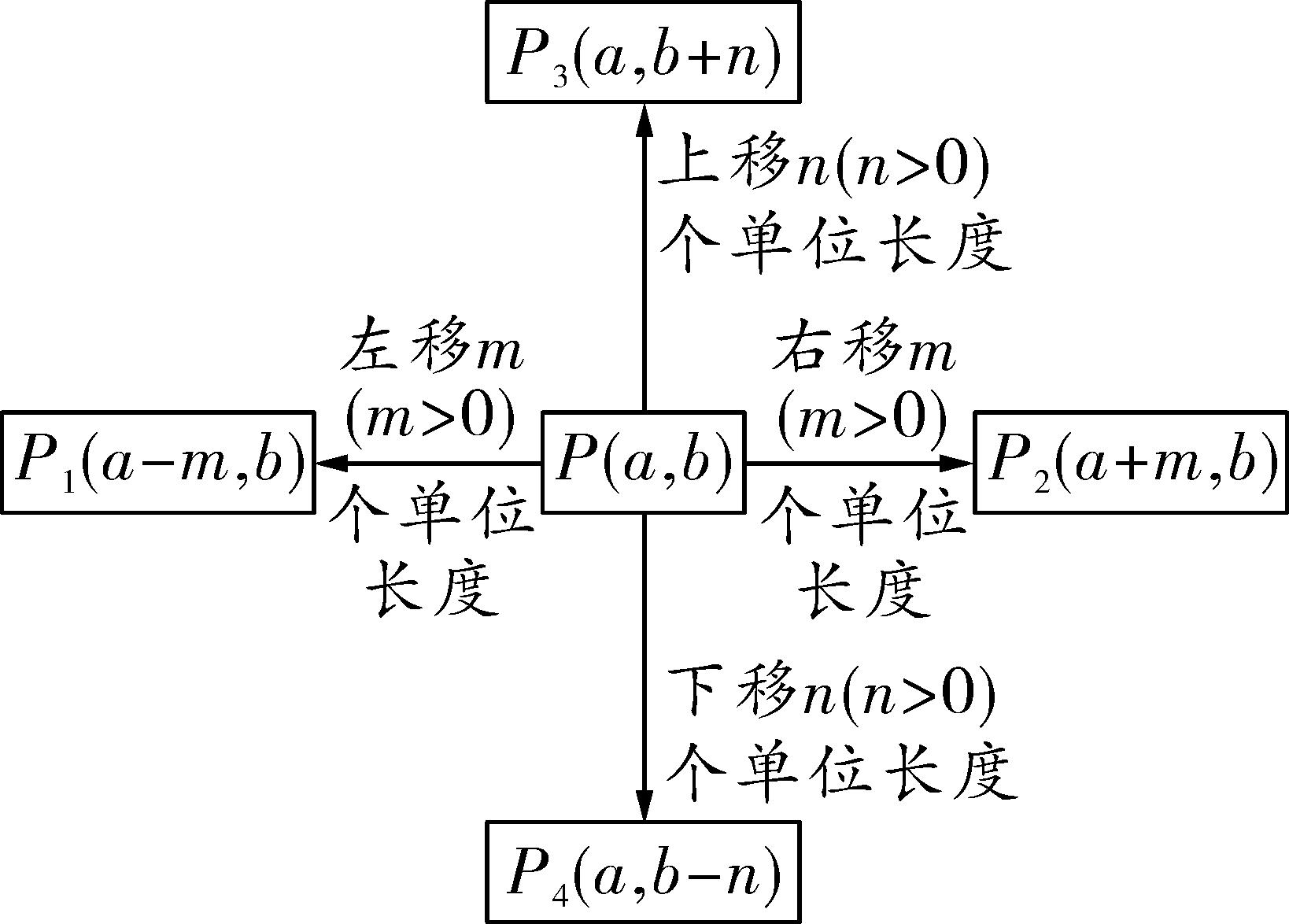
（2）平行于 轴的直线上的两点 和 的距离 ,平行于 轴的直线上的两点 和 的距离 ;

（3） 平面内任意两点间的距离坐标公式：若 , ,则 ；

（4）中点坐标公式：若 , ，则线段 的中点坐标为 。

4.点的平移与对称

（1）点的平移



（2）点的对称性

5.用坐标表示地理位置

利用平面直角坐标系绘制区域内一些地点分布情况平面图的一般过程：

（1）建立坐标系，选择一个适当的 参照点 为原点，确定 轴、 轴的正方向；

（2）根据具体问题确定 单位长度 ；

（3）在坐标平面内画出这些点，写出各点的 坐标 和各个地点的 名称 。

### 知识点2 变量与函数

1.常量与变量：在一个变化过程中，数值始终 不变 的量为常量；在一个变化过程中，数值发生 变化 的量为变量。

2.函数

（1）概念：一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 与 ，并且对于 的每一个确定的值， 都有 唯一确定的值 与其对应，那么我们就说 是自变量， 是 的函数。

（2）函数自变量的取值范围

①函数关系式是整式时，自变量的取值范围是任意实数；

②函数关系式是分式时，自变量的取值范围是使分式的 分母不为零 的实数；

③函数关系式是二次根式时，自变量的取值范围是使 被开方的式子 大于或等于零的实数；

④函数关系式中自变量出现在零次幂或负整数次幂的底数中时，自变量的取值范围是使底数不为零的实数；

⑤当函数关系式表示实际问题时，自变量的取值不但要使函数关系式有意义，而且还必须使实际问题有意义。

（3）函数的表示方法及图像的画法

①函数的表示方法：解析式法、列表法、图像法；

②函数的图像的画法：列表、描点、连线。

## 第10讲 一次函数

### 知识点1 正比例函数的图像与性质

1.正比例函数：一般地，形如 （ 是常数， ） 的函数，叫作正比例函数，其中 叫作比例系数。

2．正比例函数的图像与性质

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 函数 | （ 是常数， ） | |
|  |  |
| 大致图像 |  |  |
| 图像特征 | 图像是经过原点的一条① 直线 | |
| 经过象限 | 第一、三象限 | 第二、四象限 |
| 增减性 | 随 的增大而② 增大 | 随 的增大而③ 减小 |

3.正比例函数图像的画法

（1）确定正比例函数 上除原点外一点；

（2）过该点与原点画一条直线，这条直线即为正比例函数 的图像。

### 知识点2 一次函数的图像与性质

1.一次函数：一般地，形如 （ , 是常数， ）的函数，叫作一次函数。特别地，当一次函数 中的 时， 为正比例函数，所以说正比例函数是一种特殊的一次函数。

2.一次函数的图像与性质

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 函数 | （ , 是常数， ） | | | |
|  | |  | |
|  |  |  |  |
| 大致图像 |  |  |  |  |
| 与 轴交于正半轴 | 与 轴交于负半轴 | 与 轴交于正半轴 | 与 轴交于负半轴 |
| 经过的象限 | 第一、二、三象限 | 第一、三、四象限 | 第一、二、四象限 | 第二、三、四象限 |
| 增减性 | 随 的增大而① 增大 | | 随 的增大而② 减小 | |
| 与坐标轴的交点坐标 | 与 轴的交点坐标是③ ；与 轴的交点坐标是④ | | | |

3.一次函数的平移

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 平移前 | 平移方式 | 平移后 |
|  | 向左平移 个单位长度 |  |
| 向右平移 个单位长度 |  |
| 向上平移 个单位长度 |  |
| 向下平移 个单位长度 |  |

### 知识点3 确定一次函数解析式

利用待定系数法确定一次函数解析式的一般步骤：

（1）设一次函数解析式为 ；

（2）找到图像上的点 ， ，将坐标代入函数解析式，得到关于 , 的二元一次方程组

（3）解方程组可得 ， 的值；

（4）将求得的 ， 的值代入所设的解析式。

### 知识点4 一次函数与方程（组）、不等式的关系

1.一次函数与方程（组）的关系

（1）与一次方程的关系：方程 的解 直线 与 轴 交点横坐标的值；

（2）与二元一次方程组的关系：方程组 的解 直线 与直线 的交点坐标。

2.一次函数与一元一次不等式的关系

（1）不等式 的解集 直线 位于 轴上方 部分对应的自变量的取值范围；

（2）不等式 的解集 直线 位于 轴下方 部分对应的自变量的取值范围；

（3）不等式 的解集 直线 位于直线 上方的部分对应的自变量的取值范围。

## 第11讲 一次函数的应用

### 知识点 一次函数的实际应用

利用一次函数解决实际应用的步骤：

（1）审题，确定 自变量和因变量 ；

（2）明确变量之间的 数量关系 ；

（3）根据题意确定 自变量 的取值范围；

（4）根据数量关系确定 一次函数 的解析式；

（5）根据 一次函数的性质 解决相应问题；

（6）对答案进行 检验 ，符合题意后作答。

## 第12讲 反比例函数

### 知识点1 反比例函数的定义

一般地，形如 （ 是常数， ）的函数叫作反比例函数，其他表示形式有 或 。

### 知识点2 反比例函数的图像及其性质

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 解析式 | （ 是常数， ） | |
| 值 |  |  |
| 图像 |  |  |
| 所在象限 | 第① 一、三 象限 | 第② 二、四象限 |
| 增减性 | 在每一象限内， 随 的增大而③ 减小 | 在每一象限内， 随 的增大而④增大 |
| 取值范围 | 的取值范围是⑤ ； 的取值范围是⑥ | |
| 图像特点 | 两个分支都⑦ 无限接近 于坐标轴，但是永远不与 轴、 轴相交 | |
| 对称性 | 中心对称图形：图像关于⑧ 坐标原点 中心对称 | |
| 轴对称图形：图像关于直线⑨ 对称，也关于直线⑩ 对称 | |

### 知识点3 确定反比例函数的解析式

1.利用待定系数法确定反比例函数解析式

（1）设所求反比例函数解析式为 ；

（2）找出图像上一点 ，代入 ；

（3）确定反比例函数解析式 。

2.利用定义确定反比例函数解析式

利用定义求反比例函数解析式时，令自变量 的指数等于 ，并且注意反比例函数解析式中 。例：若函数 是反比例函数，则 且 。

3.利用面积确定反比例函数解析式

已知面积时可考虑反比例函数中 的几何意义，由面积得 ,再结合图像所在象限判断 的符号，从而得到 的值，代入解析式即可。

### 知识点4 反比例函数k的几何意义

在 的图像上任意一点 ，过这一点分别作 轴、 轴的垂线 ， ，两垂线与坐标轴围成的矩形 的面积为 。

如图1-12-1①和②， ；

同理可得 。

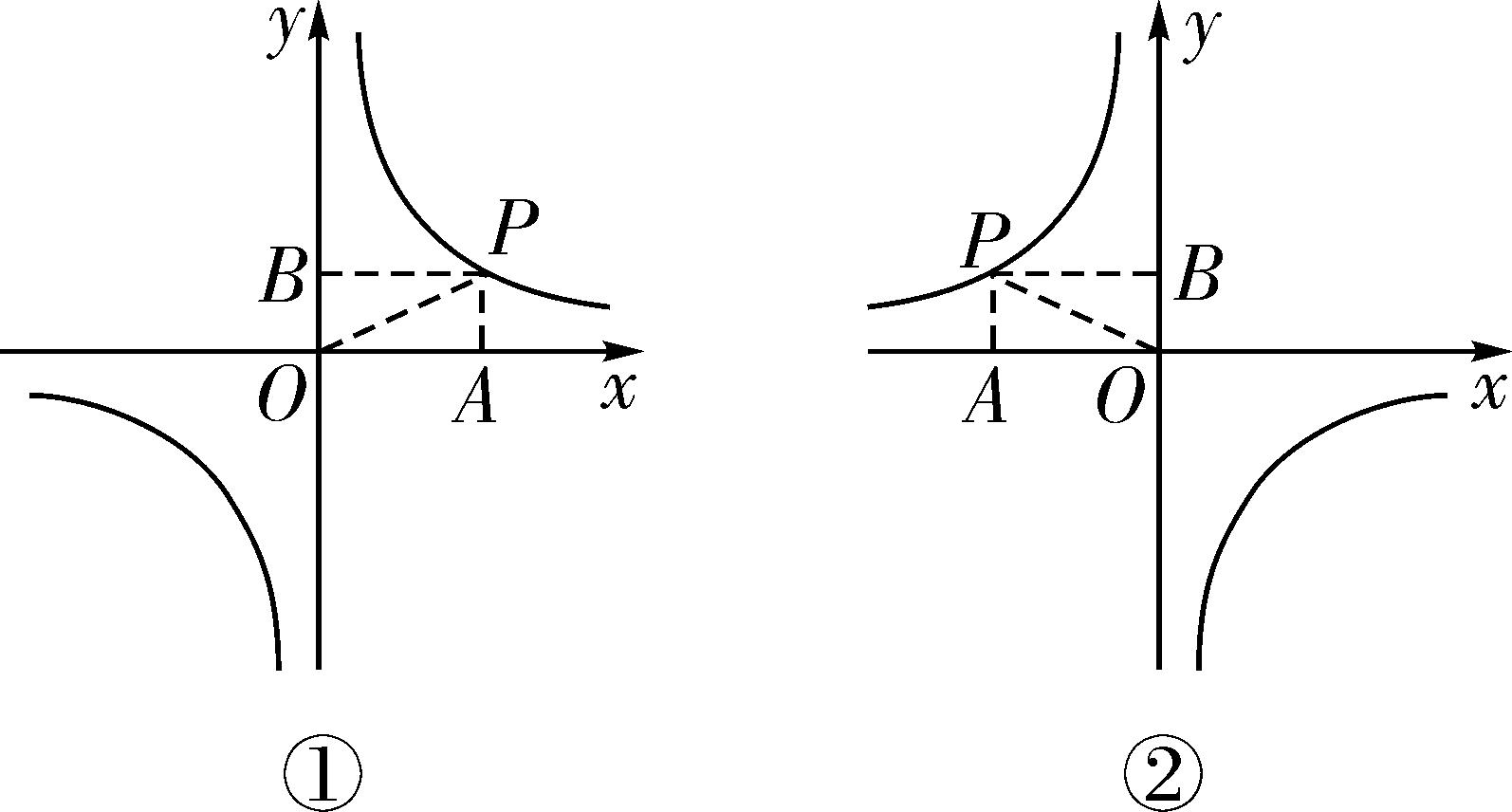


图1-12-1

### 知识点5 反比例函数的综合应用

1.反比例函数的实际应用

（1）根据实际情况建立反比例函数模型；

（2）利用待定系数法或跨学科公式确定函数解析式；

（3）根据反比例函数的性质解决实际问题。

**温馨提示** 实际问题中的反比例函数，一般自变量的取值范围会因实际情况受到限制，这时反比例函数图像可能是双曲线的一支或一段，因此要注意自变量和函数的取值范围。

2.反比例函数与一次函数的综合

（1）确定交点坐标：联立两个函数解析式求解；

（2）确定函数解析式：先确定交点坐标，再利用待定系数法求解。

## 第13讲 二次函数

### 知识点1 二次函数的定义

一般地，形如 （ ， ， 是常数且 ）的函数，叫作二次函数。

### 知识点2 二次函数的图像及性质

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 解析式 | （ , , 为常数， ） | |
| 值 |  |  |
| 图像 |  |  |
| 对称轴 | ①  **注意** 当 ， 为关于对称轴对称的两点的横坐标时，对称轴为 | |
| 顶点坐标 | ② | |
| 增减性 | 在对称轴左侧， 随 的增大而减小；在对称轴右侧， 随 的增大而增大 | 在对称轴左侧， 随 的增大而增大；在对称轴右侧， 随 的增大而减小 |
| 最值 | 当 时, ③ | 当 时， |

### 知识点3 二次函数 的图像与 ， ， 的关系

1. 决定抛物线开口方向及大小： ＞ 开口向上； ＜ 开口向下； 越大，开口 越小; 越小，开口 越大 ;

2. , 决定抛物线对称轴的位置： 当 时，对称轴为 轴；当 时，对称轴在 轴的左侧；当 时，对称轴在 轴的 右侧 ；

3. 决定抛物线与 轴交点的位置： ＞ 交点在 轴的正半轴； ＜ 交点在 轴的负半轴； = 交点在原点；

4.由 时的点的位置决定 的符号；由 时的点的位置决定 的符号。

点 在 轴上方 ＞ ;

点 在 轴下方 ＜ ;

点 在 轴上方 ＞ ;

点 在 轴下方 ＜ ;

5.由 与1的大小关系确定 的符号；由 与 的大小关系确定 或 的符号；

6. 决定抛物线与 轴的交点个数: ，抛物线与 轴有两个交点； ，抛物线与 轴有一个交点; ，抛物线与 轴无交点。

### 知识点4 二次函数的解析式

二次函数解析式的三种形式

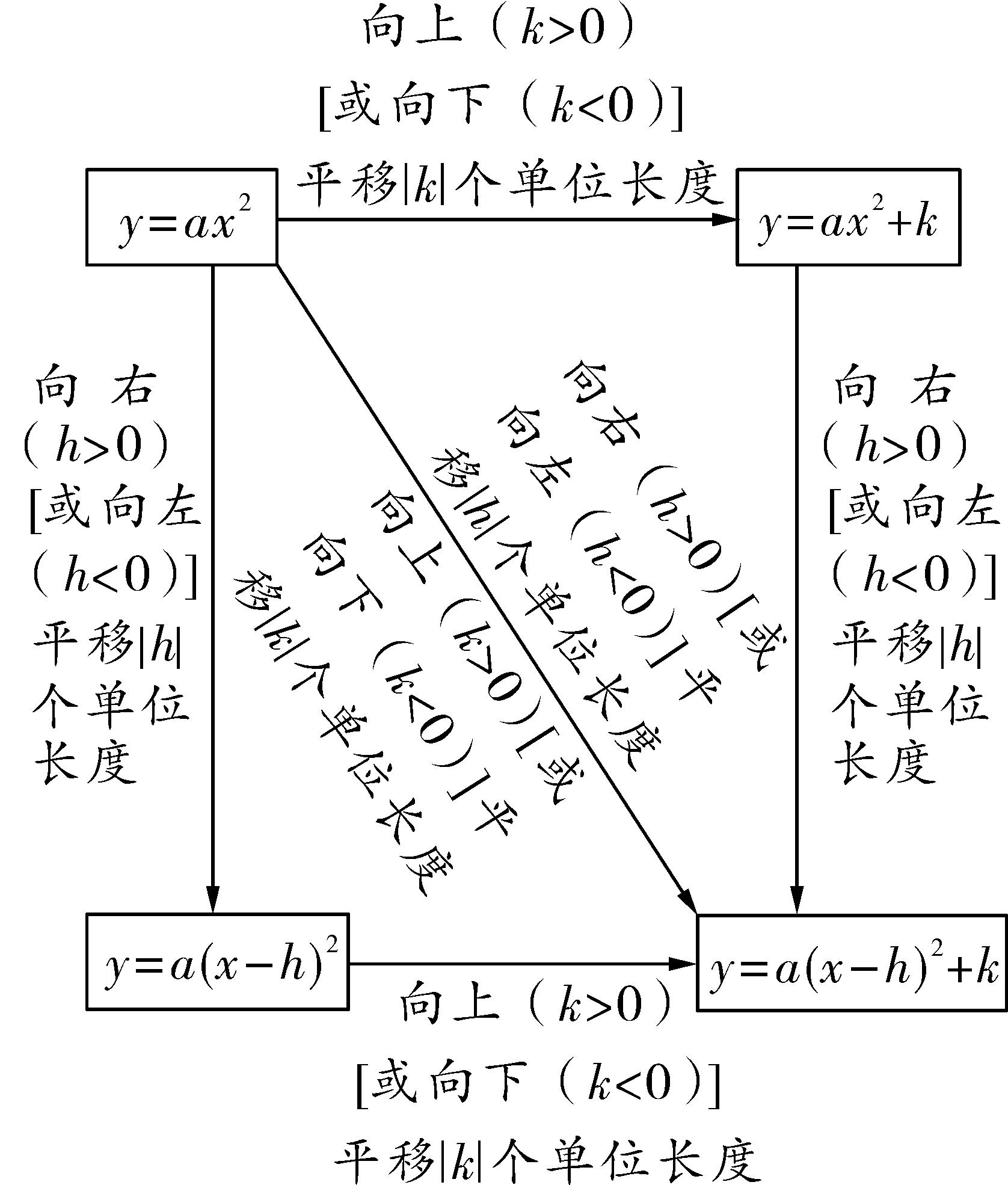
（1）一般式： （ ， ， 是常数且 ）；

（2）顶点式： （ ， ， 是常数且 ）；

（3）两点式 （ ， , , 是常数； 是二次函数图像与 轴交点的横坐标，两点式只限于二次函数图像与 轴有交点的情形）。

### 知识点5 二次函数图像的平移

二次函数 , , 的图像与 的图像都是抛物线且形状相同，只有位置不同，它们都可以由 的图像平移得到。



其平移规律归纳如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 平移前的解析式 | 平移方向及距离 | 平移后的解析式 | 口诀 |
| （ ， ， 是常数且 ） | 向左平移 个单位长度 |  | 左加 |
| 向右平移 个单位长度 |  | 右减 |
| 向上平移 个单位长度 |  | 上加 |
| 向下平移 个单位长度 |  | 下减 |

### 知识点6 二次函数与一元二次方程、不等式的关系

1.二次函数与一元二次方程的关系

（1）二次函数 ，当 时，得到一元二次方程 。一元二次方程 的根就是二次函数 的图像与 轴交点的横坐标。①当 时，抛物线与 轴 没有 交点，一元二次方程没有实数根；②当 时，抛物线与 轴 只有一个 交点，一元二次方程有两个相等的实数根；③当 时，抛物线与 轴 有两个 交点，一元二次方程有两个不相等的实数根;

（2）直线 与二次函数 的图像的交点横坐标即为一元二次方程 的实数根。

2.二次函数与不等式的关系

（1）不等式 的解集 函数 的图像位于 轴上方对应点的横坐标的取值范围；

（2）不等式 的解集 函数 的图像位于 轴下方对应点的横坐标的取值范围。

## 第14讲 二次函数的综合

### 知识点1 二次函数的最值

1. 若自变量的取值范围是全体实数，则二次函数 在顶点处取得最大值（或最小值），即当 时， 。

2.若自变量的取值范围为 ，则（1）对称轴在该范围内，最值分别在顶点和一端点处取得；（2）对称轴不在该范围内，最值在 , 处取得。

### 知识点2 二次函数的应用问题

遇到二次函数的应用问题时，认真审题，建立二次函数的数学模型，进而利用二次函数的知识解决问题。解决二次函数应用问题的一般方法：

（1）理解问题；

（2）分析问题中的变量和常量以及它们之间的关系；

（3）用数学的方式表示出它们的关系；

（4）求解；

（5）检查结果的合理性。

## 第15讲 相交线与平行线

### 知识点1 直线、线段

1.直线、线段的性质

（1）直线的基本性质:两点确定一条 直线 ；

（2）线段的基本性质：两点之间， 线段 最短。（连接两点之间线段的长度，叫作这两点之间的距离）

2.线段的中点

如图1-15-1，若 为线段 的中点，则有 ＝ 或者 。

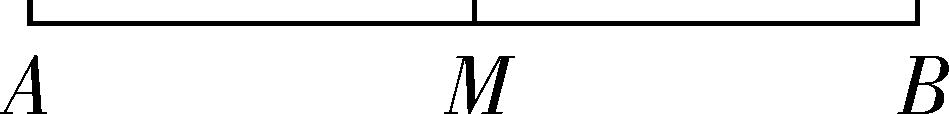


图1-15-1

3.线段的和与差

如图1-15-2， 是线段 上的一点，则有 + ， - ， - 。



图1-15-2

### 知识点2 角的相关概念及性质

1.角的定义：有公共端点的两条 射线 组成的图形叫作角，角也可以看成是由一条 射线 绕它的 端点 从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形。

2.角的分类：角按大小可分为：周角、 平角 、 钝角 、 直角 、 锐角 。其中1周角= 平角= 直角。

3.角的换算：度、分、秒是常用的度量单位： ， 。度、分、秒之间的进制是60。

4.余角和补角：（1）余角：如果两个角的和是 ，那么称这两个角互为余角，简称互余，也可以说其中一个角是另一个角的余角。

**温馨提示** 数学中互余的两个角都是锐角，不能是直角、钝角或平角等。余角是不能单独出现的，只能说 和 互为余角或者 是 的余角，但不能说 为余角。

（2）补角：如果两个角的和是 ，那么称这两个角互为 补角 。

（3）性质：同角（或等角）的余角 相等 。同角（或等角）的补角 相等 。一个角的补角比这个角的余角大。

5.角平分线：（1）定义：从一个角的顶点出发，把这个角分成两个 相等 的角的射线，叫作这个角的平分线。

（2）角平分线的性质定理：角平分线上的点到角两边的距离 相等 。

（3）角平分线的性质定理的逆定理：到角两边距离相等的点在这个 角的平分线 上。

### 知识点3 相交线

1.对顶角、邻补角

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 类别 | 图形 | 顶点 | 边的关系 | 大小关系 |
| 对顶角 |  | 有公共顶点 | 的两边与 的两边互为反向延长线 | 对顶角相等，如 |
| 邻补角 |  | 有公共顶点 | 与 有一条公共边，另一边互为反向延长线 | 邻补角互补，如 |

**温馨提示** （1）对顶角是成对出现的，对顶角是具有特殊位置关系的两个角；

（2）若 与 是对顶角，则一定有 ；反之若 ，则 与 不一定是对顶角；

（3）若 与 互为邻补角，则一定有 ；反之若 ，则 与 不一定是邻补角；

（4）两直线相交形成的四个角中，每一个角的邻补角有两个，而对顶角只有一个。

2.同位角、内错角、同旁内角

平面内，两条直线被第三条直线所截形成八个角，它们构成了同位角、内错角与同旁内角。如图1-15-3，直线 , 被直线 所截。

（1） 与 在截线 的同侧，同在被截直线的上方，具有这种位置关系的 和 叫作 同位角 （位置相同）。

（2） 与 在截线 的两旁（交错），在被截直线之间（内），具有这种位置关系的 和 叫作 内错角 （位置在内且交错）。

（3） 与 在截线 的同侧，在被截直线之间（内），具有这种位置关系的 和 叫作 同旁内角 。

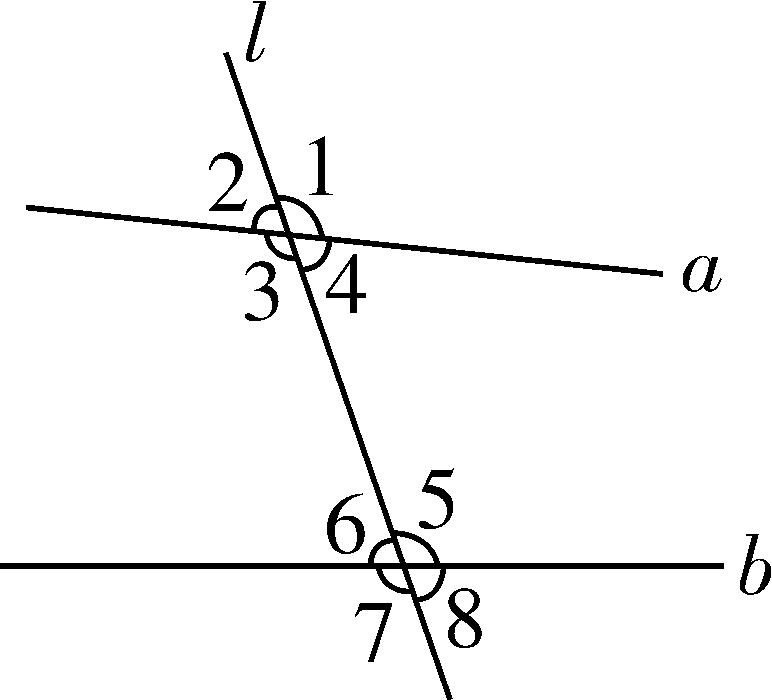


图1-15-3

3.垂线的有关概念及其性质

（1）定义：当两条直线相交所成的四个角中，有一个角是直角时，就说这两条直线 互相垂直 ，其中的一条直线叫作另一条直线的垂线，它们的交点叫作 垂足 。

如图1-15-4，直线 ， 相互垂直，记作 ，垂足为 。

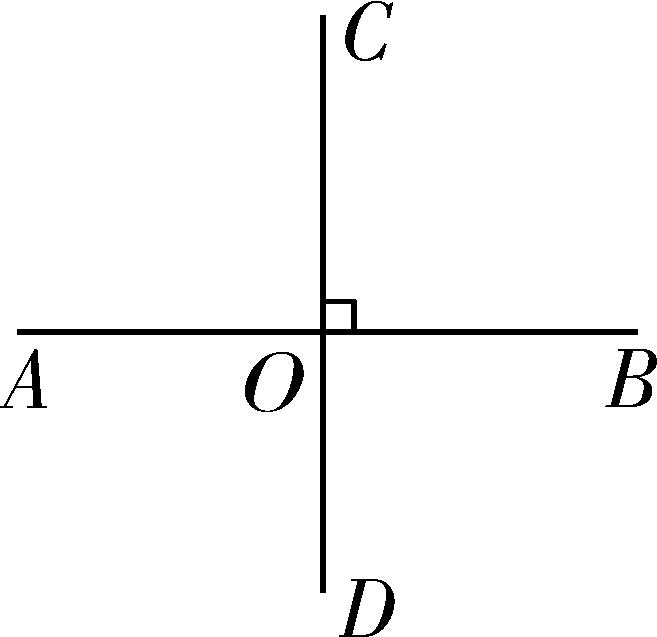


图1-15-4

（2）垂线的性质：①在同一平面内，过一点有且只有 一条 直线与已知直线 垂直 。

②连接直线外一点与直线上各点的所有线段中， 垂线段 最短。简称： 垂线段最短 。（尺规作图常用）

（3）点到直线的距离

直线外一点到这条直线的 垂线段的长度 ，叫作点到直线的距离。

（4）线段垂直平分线

①定义：经过线段的 中点 ，并且 垂直 于这条线段的直线，叫作这条线段的垂直平分线，简称“中垂线”。中垂线可以看成到线段两个端点距离相等的点的集合，中垂线是线段的一条对称轴。

②性质：线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离 相等 。

③逆定理：到线段两端点距离相等的点在这条线段的 垂直平分线 上。

### 知识点4 平行线

1.平行线的定义：在同一平面内，不相交的两条直线叫作平行线，直线 与直线 互相平行，记作： 。（在同一平面内，不重合的两条直线只有相交和平行两种位置关系）

2.平行公理及推论

平行公理：经直线外一点， 有且只有 一条直线与已知直线平行。

平行公理的推论：如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行，即若 , ，则有 。

3.平行线的判定

同位角相等，两直线平行；内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行。

4.平行线的性质

两直线平行，同位角相等；两直线平行，内错角相等；两直线平行，同旁内角互补。

### 知识点5 命题

1.命题： 判断 一件事情的语句。

2.真命题：如果题设成立，那么 结论 一定成立的命题。

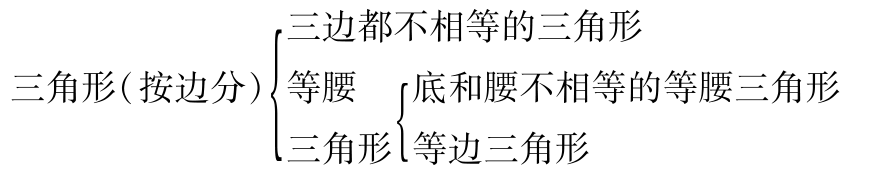
3.假命题：如果题设成立时， 不能 保证结论一定成立的命题。

4.互逆命题：在两个命题中，如果第一个命题的 题设 是另一个命题的 结论 ，而第一个命题的结论是第二个命题的题设，那么这两个命题叫作互逆命题。

## 第16讲 三角形与特殊三角形

### 知识点1 三角形的分类、边角关系

1. 三角形的分类



2.三角形三边关系

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 文字语言 | 数学语言（ 三边长为 , , ） | 理论依据 | 应用 |
| 三角形两边的和① 大于 第三边 | 在 中， ； ; | ③ 两点之间，线段最短 | （1）判断三条线段能否组成三角形;注：判断三条线段能否构成三角形，应将两条短线段的和与最长线段作比较；  （2）已知三角形的两边，求第三边的取值范围 |
| 三角形两边的差② 小于 第三边 | 在 中， ； ； |

3.三角形角的关系

（1）三角形内角和定理：三角形的三个内角和等于 。

（2）推论：①直角三角形两个锐角 互余 ,两个锐角 互余 的三角形是直角三角形；②三角形外角性质：三角形的任何一个外角等于与其 不相邻 的两个内角的和；③三角形的一个外角 大于 任何一个和它不相邻的内角。

**温馨提示** 同一个三角形中，等角对等边；等边对等角；大角对大边；大边对大角；等角的补角相等；等角的余角相等。

### 知识点2 三角形中的重要线段

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 名称 | 图示 | 性质 | 拓展 |
| 高线 | 是 的高线 | ，即 | ① 垂心 :三角形三条高线所在直线的交点 |
| 中线 | 是 的中线 | ； | 重心:三角形三条中线的交点；重心到三角形顶点的距离等于它到顶点对边中点距离的2倍 |
| 角平分线 | 是 的角平分线 | ② | 内心：三角形三条角平分线的交点;内心到三角形三边距离相等，内心即三角形内切圆的圆心 |
| 中位线 | 是 的中位线 | 且 | 求作三角形中位线时，既可以找到一边中点（作垂直平分线找中点），再作平行（如图①）；也可以找到两边中点连接（如图②） |

### 知识点3 等腰三角形的性质与判定

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 等腰三角形 | 性质 | （1）等腰三角形的两腰① 相等 ；  （2）等腰三角形两底角② 相等 ；  （3）等腰三角形的顶角的角平分线、③ 底边上的高线 、④ 底边上的中线互相重合（简称“三线合一”）；  （4）等腰三角形是轴对称图形，有⑤ 一条 对称轴 |
| 判定 | （1）（定义法）有两条边相等的三角形是等腰三角形；  （2）有两个角相等的三角形是等腰三角形（简称“等角对等边”） |

### 知识点4 等边三角形的性质与判定

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 等边三角形 | 性质 | （1）等边三角形的三边① 相等 ；  （2）等边三角形的三个内角② 相等 ，都等于③ ；  （3）等边三角形是轴对称图形，且有④ 3 条对称轴；  （4）等边三角形任意一边上的高线、中线及其对角的角平分线互相重合（简称“三线合一”） |
| 判定 | （1）三条边都⑤ 相等 的三角形是等边三角形；  （2）三个内角都⑥ 相等 的三角形是等边三角形；  （3）有一个角是⑦ 的等腰三角形是等边三角形 |
| 面积 | （ 是等边三角形边 上的高） |

### 知识点5 直角三角形的性质与判定

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 直角三角形 | 性质 | （1）直角三角形的两锐角互余;  （2）直角三角形斜边上的中线等于① 斜边的一半 ；  角所对的直角边等于② 斜边 的一半；  （4）勾股定理（由形状得数量）：直角三角形两直角边的③ 平方和 等于斜边的平方，即 （ , 为直角边， 为斜边） |
| 判定 | （1）有一个角是 的三角形是直角三角形；  （2）有两个角④ 互余 的三角形是直角三角形；  （3）勾股定理逆定理（由数量得形状）：如果三角形三边长为 , , 满足⑤ ，那么这个三角形是直角三角形 |
| 面积 | （ , 为直角边， 是斜边 上的高） |

## 第17讲 全等三角形

### 知识点1 全等三角形的定义及性质

1.全等形：能够完全重合的两个图形。

2.全等三角形：（1）定义：能够完全 重合 的两个三角形叫作全等三角形。把两个全等的三角形重合到一起，重合的顶点叫作对应顶点，重合的边叫作对应边，重合的角叫作对应角。

（2）表示方法：全等的符号为“ ”，如 。

3.全等三角形的性质

（1）全等三角形的对应边相等，全等三角形的对应角 相等 ；

（2）全等三角形的周长、面积对应 相等 ；

（3）全等三角形对应的中线、高线、角平分线、中位线都 相等 。

### 知识点2 全等三角形的判定

三角形全等的判定方法

（1） 三边 分别相等的两个三角形全等（简写成“边边边”或“SSS”）；

（2） 两边 和它们的 夹角 分别相等的两个三角形全等（简写成“边角边”或“SAS”）；

（3） 两角 和它们的 夹边 分别相等的两个三角形全等（简写成“角边角”或“ASA”）；

（4） 两角 分别相等且其中一组等角的 对边 相等的两个三角形全等（简写成“角角边”或“AAS”）；

（5） 斜边 和一条 直角边 分别相等的两个直角三角形全等（简写成“斜边、直角边”等“HL”）。

## 第18讲 解直角三角形

### 知识点1 锐角三角函数

锐角三角函数：在 中， 是直角， 是 的一个锐角，如图1-18-1， 的 对边 与 斜边 的比叫作 的正弦，记作 ，即 = ；（2） 的 邻边 与 斜边的比叫作 的余弦，记作 ，即 = ；（3） 的 对边 与 的 邻边的比叫作 的正切，记作 ，即 = 。 的 正弦、余弦、正切 都是 的锐角三角函数。

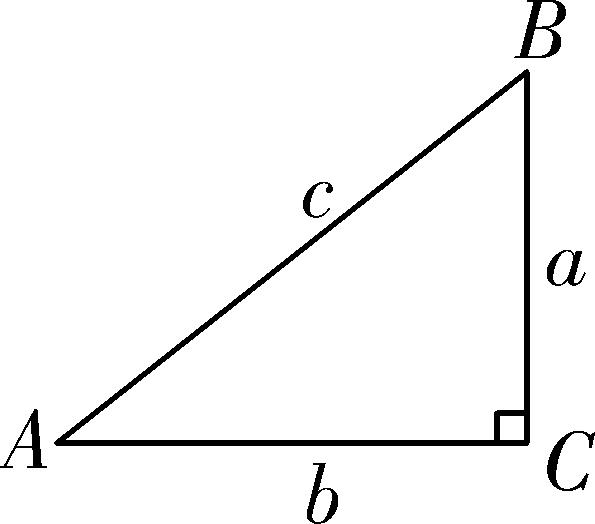


图1-18-1

### 知识点2 直角三角形的边角关系

在 中， ， ， ， 所对的边分别为 , , 。

（1）三边之间的关系：直角三角形 两直角边 的平方和等于 斜边的平方 ；

（2）两锐角之间的关系：直角三角形两锐角 互余 ；

（3）边、角间的关系: ; ; 。

### 知识点3 特殊角的锐角三角函数值

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 的度数 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  | 1 |  |

### 知识点4 解直角三角形

1.解直角三角形的定义：在直角三角形中，除直角外，一共有五个元素，即三条边和两个锐角，由直角三角形中的已知元素，求出其余未知元素的过程，叫作解直角三角形。

2.解直角三角形的技巧：有斜（斜边）用弦（正弦、余弦），无斜用切（正切），宁乘勿除，取原（原始数据）避中（中间数据）。

### 知识点5 解直角三角形的实际应用

1.相关名词

（1）仰角与俯角：在进行测量时，从下往上看， 视线与水平线 的夹角叫作仰角；从上往下看，视线与水平线的夹角叫作俯角，如图1-18-2①。

（2）坡角与坡度：坡面与 水平面 的夹角叫作坡角，图1-18-2②中的 是坡角；坡面的铅垂高度 和水平距离 的比叫作坡度，又叫作坡比，用 表示；坡度 与坡角 之间的关系为 。

（3）方位角：平面上，过观测点 作一条水平线（向右为东）和一条铅垂线（向上为北），则从 点出发的射线与方向标所夹的小于 的角就是方位角。描述方位角先说南北后说东西；东北方向是北偏东 。如图1-18-2③，点 在点 的 北偏西 方向上；点 在点 的 东北 方向上；点 在点 的 南偏西 方向上。

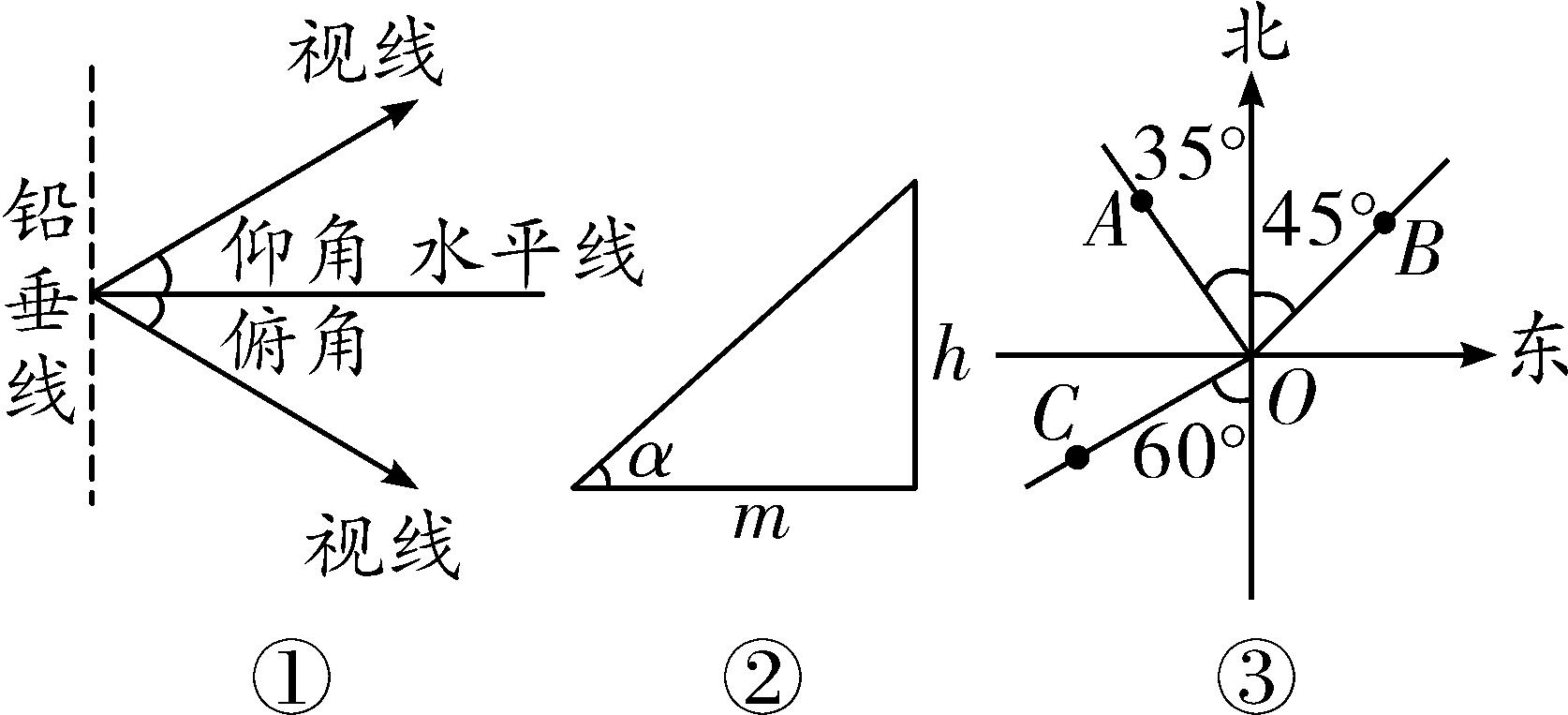


图1-18-2

2.用解直角三角形解决实际问题的一般步骤：（1）审题：①分析题意，理解实际问题的意义，看懂题目给出的示意图或自己画出示意图，找出要解的直角三角形；②把实际问题中的数量关系转移到直角三角形的各元素上，找出已知元素和未知元素；③根据已知元素和未知元素之间的关系，选择合适的三角函数关系式。（2）解题（注意精确度）。（3）答（注意答的完整及注明单位）。

## 第19讲 多边形与平行四边形

### 知识点1 多边形

1.多边形

（1）定义：在平面内，由一些线段 首尾顺次相接 组成的封闭图形叫作多边形。

（2）性质

①内角和与外角和： 边形内角和等于 （ ， 为整数） ；外角和等于 ；

②多边形的对角线：从 边形的一个顶点可引出 条对角线， 边形共有 条对角线；

③ 边形 具有不稳定性；

④多边形的内角中最多有 3 个锐角。

2.正多边形

（1）定义：各个角都 相等 ，各条边都 相等 的多边形叫作正多边形。

（2）性质：①正 边形每一个内角相等，都等于 ;正 边形每一个外角相等，都等于 ;

②正 边形有 条对称轴；

③对于正 边形,当 是 奇数 时，是轴对称图形，不是中心对称图形；当 是 偶数 时，既是轴对称图形，又是中心对称图形。

### 知识点2 平行四边形

1.定义： 两组对边分别平行的四边形 是平行四边形。

2.性质

（1）平行四边形的两组对边分别 平行且相等 ,两组对角 相等 ，邻角 互补 ,对角线互相 平分 ;

（2）平行四边形是 中心 对称图形,它的对称中心是两条对角线的交点。过 对称中心 的直线等分平行四边形。

3.平行四边形的判定方法

（1）定义判定： 两组对边分别平行的四边形是平行四边形 ；

（2）从边判定：① 两组对边分别相等的四边形是平行四边形 ；

② 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形 ；

（3）从角判定： 两组对角分别相等的四边形是平行四边形 ；

（4）从对角线判定： 对角线互相平分的四边形是平行四边形 。

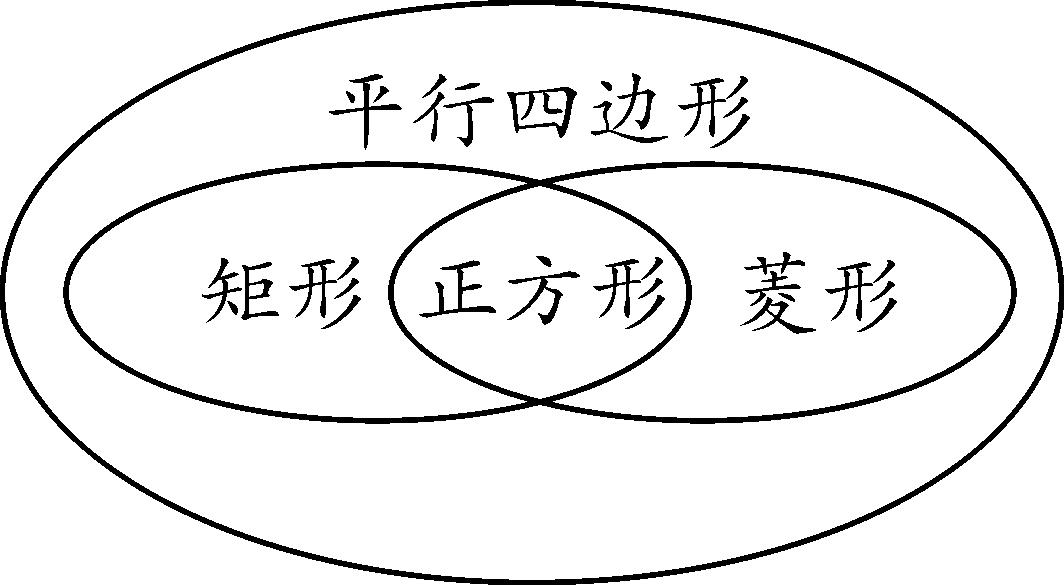
## 第20讲 矩形、菱形和正方形

### 知识点1 矩形、菱形和正方形的性质与判定

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 图形 | | 矩形 | 菱形 | 正方形 |
| 性质 | 边 | 两组对边分别① 平行 且② 相等 | 四条边都③相等;对边④ 平行 | 四条边都⑤ 相等 ;两组对边分别⑥ 平行 |
| 角 | 四个角都是⑦ 直角 | 两组对角分别⑧ 相等 | 四个角都是⑨ 直角 |
| 对角线 | 对角线互相平分且⑩ 相等 | 对角线互相⑪ 垂直且平分 ；每条对角线⑫ 平分 一组对角 | 对角线互相⑬ 垂直平分 且  ⑭ 相等 ；每条对角线⑮ 平分 一组对角 |
| 对称性 | 既是中心对称图形又是轴对称图形，有⑯ 2 条对称轴 | 既是中心对称图形又是轴对称图形，有⑰ 2 条对称轴 | 既是中心对称图形又是轴对称图形，有⑱ 4 条对称轴 |
| 判定 | | （1）有三个角都是⑲ 直角 的四边形是矩形；  （2）有一个角是  ⑳ 直角 的平行四边形是矩形；  （3）对角线㉑ 相等 的平行四边形是矩形 | （1）有一组㉒ 邻边 相等的平行四边形是菱形；  （2）对角线㉓ 互相垂直 的平行四边形是菱形；  （3）㉔ 四条边 相等的四边形是菱形 | （1）有一个角是㉕ 直角 的菱形是正方形；  （2）有一组邻边㉖ 相等 的矩形是正方形；  （3）对角线㉗ 互相垂直平分且相等 的四边形是正方形；  （4） 有一组邻边㉘ 相等 ，且有一个角是㉙ 直角 的平行四边形是正方形；  （5）对角线相等的㉚ 菱形 是正方形；  （6）对角线互相㉛ 垂直 的矩形是正方形 |
| 面积 | | ㉜ （答案不唯一） | ㉝ （答案不唯一） | ㉞ （答案不唯一） |

### 知识点2 矩形、菱形和正方形之间的关系

矩形、菱形和正方形都是特殊的平行四边形，正方形既是特殊的矩形，也是特殊的菱形，它们之间的包含关系如下：



### 知识点3 中点四边形

1.依次连接四边形各边中点所得到的四边形称为中点四边形，中点四边形的形状只与原四边形的对角线有关。

2.常见结论

（1）任意四边形 平行四边形

（2）对角线相等的四边形 菱形

（3）对角线互相垂直的四边形 矩形

（4）对角线互相垂直且相等的四边形 正方形

## 第21讲 图形的变换

### 知识点1 图形的对称

1.轴对称与轴对称图形

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 名称 | 轴对称 | 轴对称图形 |
| 图示 |  |  |
| 定义 | 把一个图形沿着某一条直线折叠，如果它能够与另一个图形① 重合 ，那么就说这两个图形关于这条直线成轴对称，这条直线叫作② 对称轴 | 如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相③ 重合 ，那么这个图形叫作轴对称图形，这条直线就是它的④ 对称轴 |
| 区别 | 轴对称是指两个图形间的位置关系 | 轴对称图形是指一个具有轴对称性质的图形 |
| 性质 | （1）成轴对称的两个图形全等；  （2）如果两个图形成轴对称，那么对称轴是对应点连线的垂直平分线；  （3）两个图形关于某直线对称，如果它们的对应线段或延长线相交，那么交点在对称轴上 | |

2.中心对称与中心对称图形

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 名称 | 中心对称 | 中心对称图形 |
| 图示 |  |  |
| 定义 | 把一个图形绕着某一个点旋转① ，如果它能够与另一个图形② 重合 ，那么就说这两个图形关于这个点对称或中心对称，这个点叫作③ 对称中心 | 把一个图形绕某个点旋转④ ，如果旋转后的图形能够与原来的图形完全⑤ 重合 ，那么这个图形叫作中心对称图形，这个点就是它的⑥ 对称中心 |
| 区别 | 中心对称是针对两个图形的位置关系 | 中心对称图形是针对一个具有中心对称性质的图形 |
| 性质 | （1）关于中心对称的两个图形是⑦ 全等图形 ;  （2）关于中心对称的两个图形，对称点连线都经过⑧ 对称中心 ，并且被对称中心  ⑨ 平分 ;  （3）关于中心对称的两个图形，对应线段平行（或在同一直线上）且相等 | 中心对称图形上每一对对称点所连成的线段都被对称中心  ⑩ 平分 |

### 知识点2 图形的平移

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 平移的定义 | 在平面内，把一个图形整体沿某一直线方向移动，会得到一个新的图形，新图形与原图形的形状和大小① 完全相同 ，新图形中的每一点，都是由原图形中的某一点移动后得到的，这两个点是② 对应点 。连接各组对应点的线段平行（或在同一条直线上）且相等。图形的这种移动叫作平移 |  |
| 平移的要素 | （1）平移的方向：图形上某一点到平移后图形上的③ 对应点 的方向；  （2）平移的距离：图形上某一点到平移后图形上的④ 对应点 的距离 |
| 平移的性质 | 1. 图形平移前后，对应点所连的线段   ⑤ 平行（或在同一直线上）且⑥ 相等 ;  （2）平移前后的图形是⑦ 全等图形 |

### 知识点3 图形的旋转

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 旋转的定义 | 在平面内，把一个图形绕一个定点沿某个方向① 转动 某个角度，这样的图形运动叫作旋转，其中定点叫作② 旋转中心 ，转动的角叫作③ 旋转角 |  |
| 旋转的三要素 | （1）旋转④ 中心 ；（2）旋转⑤ 方向 ；（3）旋转⑥ 角 |
| 旋转的性质 | （1）旋转前、后的图形⑦ 全等 ;  （2）对应点到旋转中心的距离⑧ 相等 ;（3）每一组对应点与旋转中心连线所成的夹角都等于⑨ 旋转角 |

## 第22讲 图形的相似

### 知识点1 比例线段

1.相关概念

（1）线段的比：如果用同一长度单位量得两条线段 ， 的长度分别是 ， ，那么这两条线段的比就是它们长度的比，即 ，或写成 。其中， 线段 ,分别叫作这个线段比的前项和后项。

（2）成比例线段：四条线段 ， ， ， 中，如果 与 的比等于 与 的比，即 ，那么这四条线段 ， ， ， 叫作成比例线段，简称比例线段。

2.比例的性质

性质1（基本性质）：如果 ，那么 。

性质2（合比性质）：如果 ，那么 。

性质3（等比性质）：如果 ，那么 。

3.平行线分线段成比例

（1）基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例。如图1-22-1①，直线 ，则 ， 。

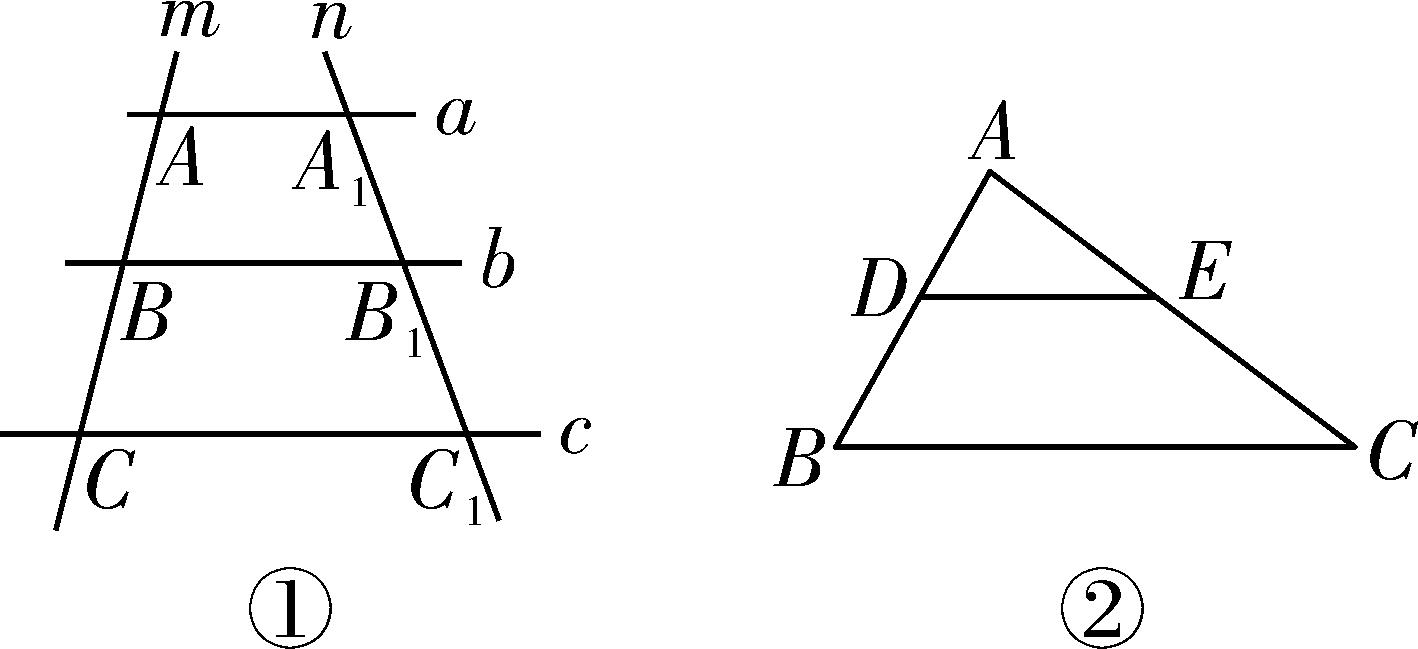


图1-22-1

（2）推论：平行于三角形一边的直线截其他两边（或两边的延长线），所得的对应线段成比例。如图1-22-1②，在 中， ，则 , 。

4.黄金分割

如图1-22-2，一般地，点 把线段 分成两条线段 和 ，如果 ，那么称线段 被点 黄金分割，点 叫作线段 的黄金分割点，其中 与 的比叫作黄金分割比，即 。

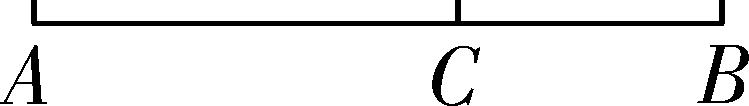


图1-22-2

### 知识点2 相似三角形

1.相似三角形的判定

（1）平行于三角形一边的直线和其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相似；

（2）两角分别 相等 的两个三角形相似；

（3）两边成比例且 夹角 相等的两个三角形相似；

（4）三边成比例的两个三角形相似。

2.相似三角形的性质

性质1：相似三角形对应边成 比例 ，对应角相等；

性质2：相似三角形对应高的比、对应中线的比与对应角平分线的比都等于 相似比 ；

性质3：相似三角形的周长比等于 相似比 ，相似三角形的面积比等于相似比的 平方 。

3.相似三角形的实际应用

运用相似三角形的判定条件和性质解决实际问题的方法步骤：

（1）将实际问题转化为相似三角形问题；（2）找出一对相似三角形；（3）根据相似三角形的性质表示相应的量并求解。

### 知识点3 相似多边形

1.相似多边形的定义:两个边数相同的多边形，如果它们的角分别相等、边成比例，那么这两个多边形叫作相似多边形。

2.相似多边形的性质:相似多边形的对应角相等，对应边成比例。相似多边形的对应边的比、对应周长的比等于相似比，对应面积的比等于相似比的平方。

### 知识点4 位似

1.位似的定义：如果两个图形不仅是 相似 图形，且对应顶点的连线所在直线相交于一点，并且这点与对应顶点所连线段成比例，那么这样的两个图形叫作位似图形，位似图形对应点连线所在直线的交点叫作 位似中心 。这时两个相似图形的相似比又叫作位似比。

2.位似图形的性质： 位似图形一定是相似图形,而相似图形不一定是位似图形； 位似图形对应点的连线所在直线相交于同一点； 似图形的对应边互相平行或在同一条直线上； 位似图形上任意一对对应点到位似中心的距离之比等于相似比。

3.作位似图形的步骤：（1）确定位似中心；（2）确定原图形中的顶点关于位似中心的对应点；（3）画出新图形。

## 第23讲 投影与视图

### 知识点1 投影

1.投影：一般地，用光线照射物体，在某个平面（地面、墙壁等）上得到的 影子 叫作物体的投影。

2.投影的种类：平行投影与 中心投影 。由 平行光线 形成的投影是平行投影；正投影是投影线 垂直于 投影面的平行投影。由 同一点（点光源）发出的光线 形成的投影叫作中心投影。

### 知识点2 三视图

1.视图：从某一方向观察一个物体时，所看到的 平面图形 叫作物体的一个视图。

2.三视图：（1）主视图：在正面内得到的 由前向后 观察物体的视图；

（2）左视图：在侧面内得到的 由左向右 观察物体的视图；

（3）俯视图：在水平面内得到的 由上向下 观察物体的视图。

3.常见几何体的三视图：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 几何体 | 正方体 | 长方体 | 圆柱 |
| 三视图 |  |  |  |
| 几何体 | 圆锥 | 球体 | 三棱锥 |
| 三视图 |  |  |  |

### 知识点3 几何体的展开与折叠

几何体是由平面图形围成的，沿着几何体的一些棱剪开，可以展开成平面图形，这个平面图形就是相应几何体的平面展开图。同一个几何体按不同的方式展开，会得到不同的平面展开图。

一个几何体能展开成平面图形，这个平面图形就可以折叠成相应的几何体，几何体的展开与折叠是一对互逆的过程。

## 第24讲 圆的有关概念与性质

### 知识点1 圆的有关概念与性质

1.圆：平面上，到 定点 的距离等于 定长 的所有点组成的图形。圆上各点到圆心的距离都等于 半径 。圆既是轴对称图形，又是中心对称图形。

2.同心圆与等圆：有相同 圆心 的圆叫作同心圆；能够 重合 的两个圆叫作等圆。

3.弦：连接圆上任意两点的 线段 叫作弦，经过 圆心 的弦叫作直径。

4.弧：圆上任意两点间的 部分 叫作圆弧，简称弧。

5.圆心角：顶点在 圆心 的角。

6.圆周角：顶点在 圆上 ，并且两边都与圆相交的角。

### 知识点2 垂径定理及其推论

定理：垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的两条弧。

推论：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧。

### 知识点3 弧、弦、圆心角之间的关系

定理：在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦也相等。

推论：

（1）在同圆或等圆中，如果两条弧相等，那么它们所对的圆心角相等，所对的弦相等；

（2）在同圆或等圆中，如果两条弦相等，那么它们所对的圆心角相等，所对的优弧和劣弧分别相等。

### 知识点4 圆周角定理及其推论

定理:一条弧所对的圆周角等于它所对的 圆心角 的一半。

推论：

（1）同弧或等弧所对的圆周角 相等 ；

（2）半圆（或直径）所对的圆周角是 直角 ； 的圆周角所对的弦是 直径 。

### 知识点5 三角形的外接圆

1.三角形的外接圆：经过三角形三个顶点的圆。

2.三角形外接圆的圆心：外心（三角形三边 垂直平分线 的交点）。

3.性质：三角形的外心到三角形的 三个顶点 的距离相等。

### 知识点6 圆内接多边形

1.定义：如果一个多边形的所有顶点都在同一个圆上,那么这个多边形叫作圆内接多边形,这个圆叫作这个多边形的外接圆。

2.性质：圆内接四边形的对角 互补 ,圆内接四边形任意一个外角等于它的 内对角 。

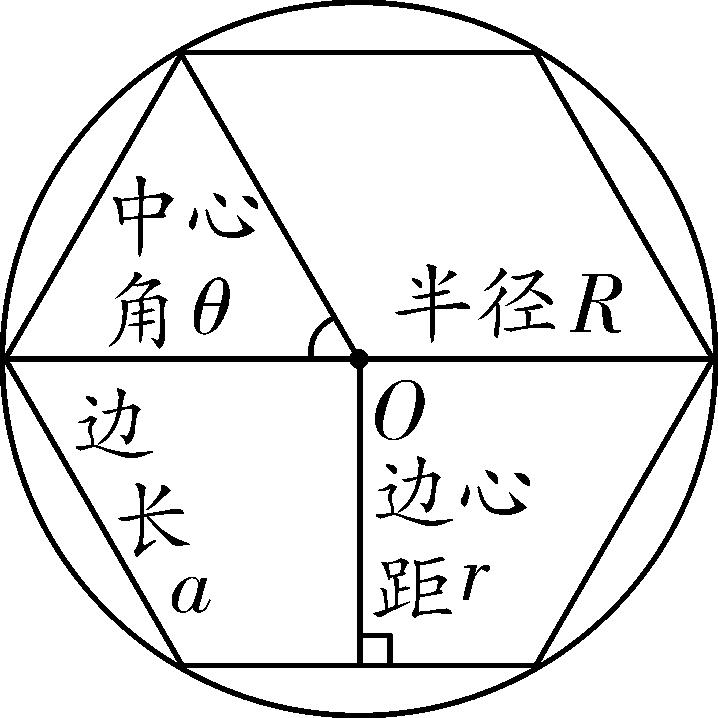
3.正 多边形与圆

图1-24-1

## 第25讲 与圆有关的位置关系

### 知识点1 点与圆的位置关系

设圆的半径为 ,平面内任一点到圆心的距离为 。

（1）点在圆外 ＞ ,如图1-25-1中点 ；

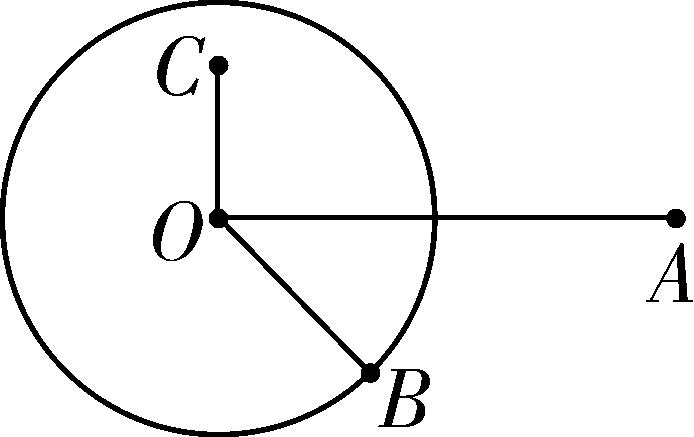


图1-25-1

（2）点在圆上 = ,如图1-25-1中点 ；

（3）点在圆内 ＜ ,如图1-25-1中点 。

### 知识点2 直线与圆的位置关系

设圆的半径为 ,圆心到直线的距离为 ,如图

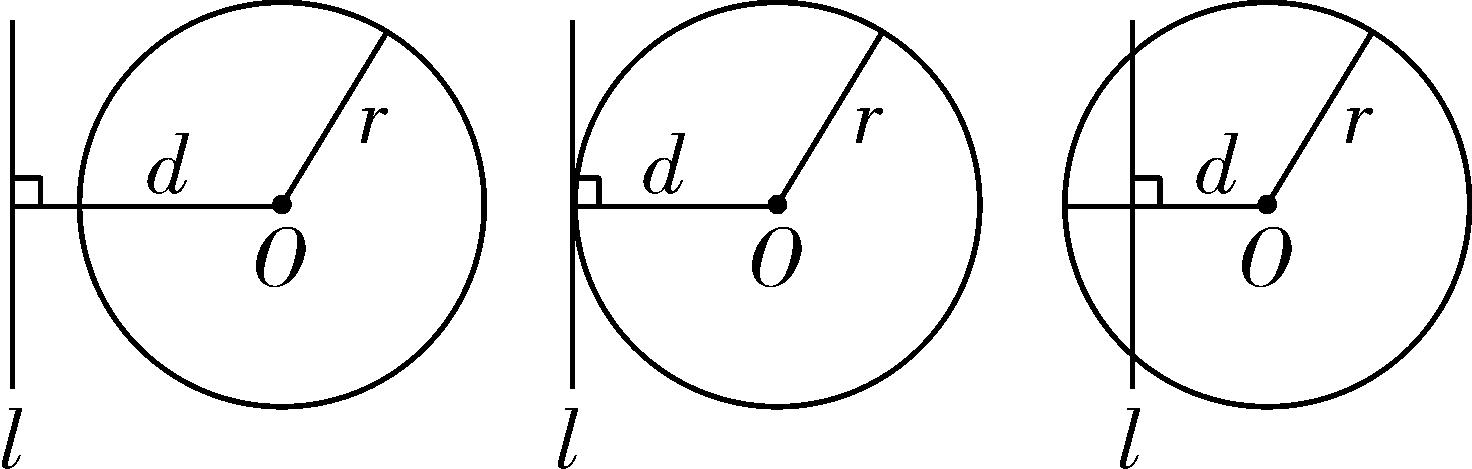


图1-25-2

（1）直线 和 相离 ＞ ；

（2）直线 和 相切 = ；

（3）直线 和 相交 ＜ 。

### 知识点3 切线的性质和判定

1.（1）切线的性质：圆的切线 垂直 于过切点的半径。

（2）切线性质的推论：①经过圆心且垂直于切线的直线必经过 切点 ；

②经过切点且垂直于切线的直线必经过 圆心 。

2.切线的判定

判定方法1：圆心到直线的距离等于半径时，这条直线就是圆的切线；

判定方法2：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线；

判定方法3（定义法）：与圆有唯一公共点的直线是圆的切线。

### 知识点4 切线长定理

1.切线长：经过圆外一点的圆的切线上，这点和切点之间 线段的长 叫作这点到圆的切线长。

2.切线长定理：从圆外一点可以引圆的 两 条切线，它们的切线长 相等 ，这一点和圆心的连线 平分 两条切线的夹角。

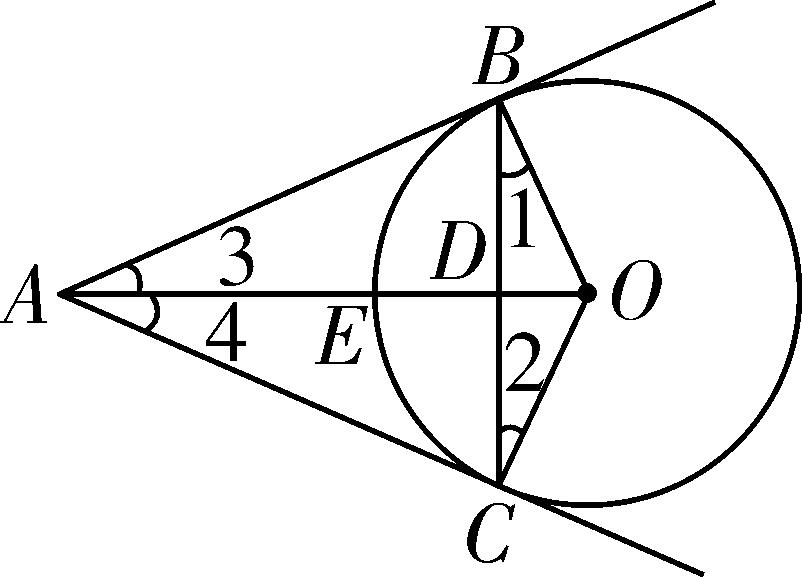


图1-25-3

如图1-25-3，过 外一点 可引两条切线 ， ，可得以下结论：① , ;② ;③ ;④ ;⑤ ;⑥ ；⑦ 。

### 知识点5 三角形的内切圆

1.三角形内切圆:与三角形各边都相切的圆。

2.三角形的内心：三角形的内切圆圆心或三角形三条 角平分线 的交点（尺规作图常用）。

3.三角形内心的性质:三角形的内心到三角形的 三条边 距离相等。

4.如图1-25-4①，点 是 的内心， 和 的角度关系: 。

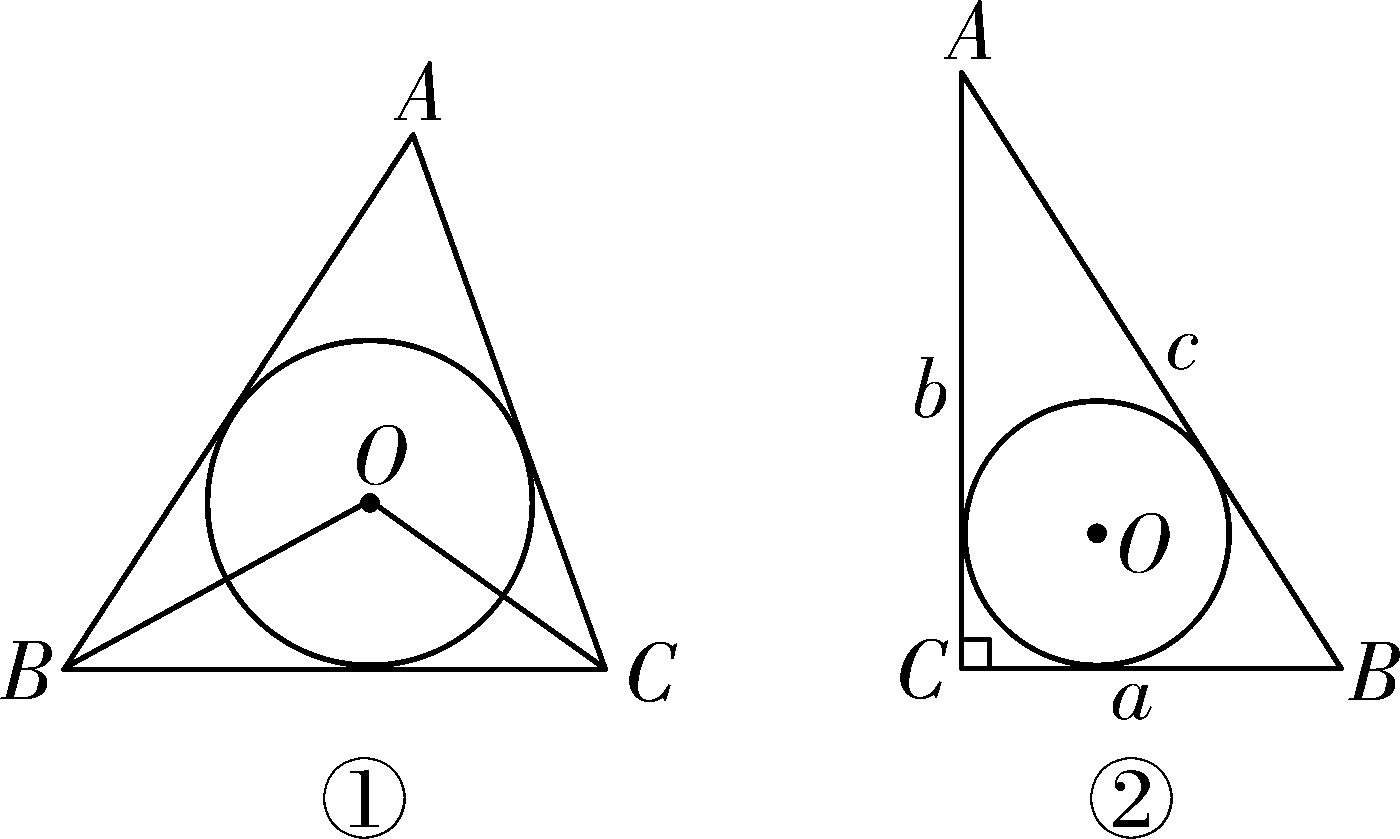


图1-25-4

5.知识拓展：如图1-25-4②， 内切圆的半径： （其中 , 分别为两直角边长， 为斜边长）。

## 第26讲 与圆有关的计算

### 知识点1 扇形面积及弧长的计算

如图1-26-1， 为圆的半径长， 为 所对的圆心角的度数， 是扇形 的弧长。

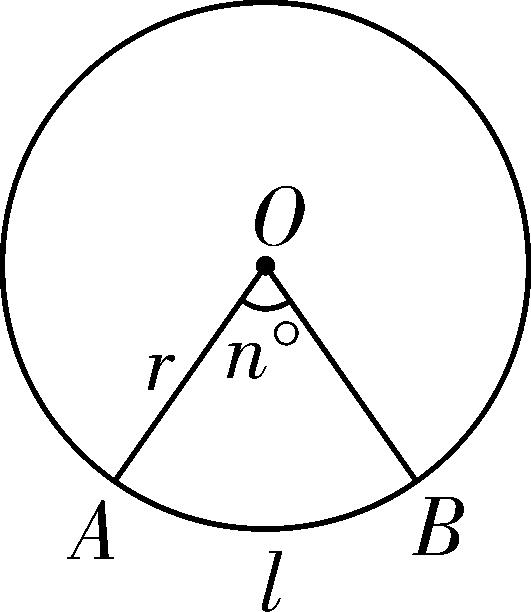


图1-26-1

（1）弧长公式:圆的周长 扇形的弧长 。

（2）面积公式: 。

### 知识点2 阴影部分图形面积的计算

阴影部分图形面积计算的常用方法：

（1）直接公式法；（2）间接和差法；（3）分割和差法；（4）等积变化法。

## 第27讲 尺规作图

### 知识点 五种基本作图以及常见应用

1.作一条线段等于已知线段（已知线段 ）。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 图示 |  | |
| 作法 | （1）作射线 ；  （2）以点 为① 圆心 ， 为② 半径 作弧，交 于点 ， 即为所求作的线段 | |
| 运用 | 已知三边作三角形： | 作圆的内接正六边形： |

2.作一个角等于已知角（已知 ）。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 图示 |  | |
| 作法 | （1）在 上以点① 为圆心，适当长为半径作弧，分别交 的两边于点 ， ；  （2）作② 射线 ；  （3）以点③ 为圆心，④ 长为半径作弧，交 于点 ；  （4）以点⑤ 为圆心，⑥ 长为半径作弧，交前弧于点 ；  （5）过点 作⑦ 射线 ， 即为所求作的角 | |
| 运用 | 已知两边及其夹角作三角形： | 已知两角及其夹边作三角形： |

3.作已知角的平分线（已知 ）。

|  |  |
| --- | --- |
| 图示 |  |
| 作法 | （1）以点 为圆心，任意长为半径作弧，分别交 ， 于点 ， ；  （2）分别以点 ， 为① 圆心 ，大于② 长为半径作弧，两弧相交于点 ；  （3）作射线 ， 即为所求作的角平分线 |
| 运用 | 作三角形的内切圆： |

4.作已知线段的垂直平分线（已知线段 ）。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 图示 |  | 作法 | （1）分别以点 ， 为圆心，大于 长为半径在 两侧作弧，两弧分别交于点 ， ；  （2）连接两弧交点 ， ，所成直线 即为所求作的 的垂直平分线 |
| 运用 | 已知底边及底边上的高线作等腰三角形： | 过不在同一条直线上的三点作圆，即作三角形的外接圆： | 作圆的内接正方形： |

5.过一点作已知直线的垂线（已知点 和直线 ）。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 类型 | 图示 | 作法 | 运用 |
| 点在直线上 |  | （1）以点 为圆心，任意长为半径向点 两侧的直线 上作弧，交直线 于 ， 两点；  （2）分别以点 ， 为圆心，大于 长为半径在直线 两侧作弧，两弧分别交于 ， ；  （3）连接 ，直线 即为所求作的垂线 | 已知一直角边 和斜边 作直角三角形： |
| 点在直线外 |  | （1）任意取点 ，使点 和点 在直线 的两侧；  （2）以点① 为圆心，② 长为半径作弧，交直线 于 ， 两点；  （3）分别以 ， 为圆心，大于 长为半径作弧，两弧交于点 同侧的点 ；  （4）连接 ，则直线 即为所求作的垂线 | 作三角形 边上的高线： |

## 第28讲 统计

### 知识点1 数据的收集与整理

1.调查方式

（1）全面调查（普查）：为某一特定目的而对所有考察对象进行的 全面调查 。

（2）抽样调查：为某一特定目的而对部分考察对象进行的调查。

2.调查方式的选取：当受客观条件限制，无法对所有个体进行全面调查时，往往采用 抽样调查 。

3.抽样调查样本的选取：（1）抽样调查的样本要有 代表性 ；（2）抽样调查的样本数目要 足够大 。

4.收集数据时常见的统计量

总体：所有调查对象的 全体 ；

个体：总体中的每一个 调查对象 ；

样本：从总体中抽取的 部分个体 ；

样本容量：样本中所包括的个体的 数目 。

### 知识点2 几种常见的统计图表

1.条形统计图：根据数量画出长短相应成比例的直条，并按一定顺序排列起来的统计图。

特点：

（1）能够显示每组中的 具体数据 ；（2）易于比较数据之间的差别。

2.折线统计图：根据数量描出各点，再把各点用线段顺次连接，以折线上升或下降表示统计数量的增减变化的统计图。

特点：易于显示数据的 变化趋势 。

3.扇形统计图：用一个圆代表总体，圆中的各个扇形分别代表总体中的不同部分，扇形的大小反映部分在总体中 所占百分比 的大小的统计图。

百分比的意义：在扇形统计图中，每部分占总体的百分比等于该部分所对扇形的圆心角的度数与 的比。扇形的圆心角度数 部分占总体的百分比。

4.频数分布直方图

（1）在整理数据时，相同数据出现的 次数 叫作频数；

（2）频数与 数据总数 的比（或者百分比）叫作频率，频数和频率都能够反映每个对象出现的 频繁程度 ；

（3）频数分布表、频数分布直方图都能直观、清楚地反映数据在各个小范围内的 分布情况 ；

（4）频数分布直方图的绘制步骤：①计算最大值与最小值的 差 ；②决定组距与 组数 ；③确定分点，常使分点比数据多一位小数，并且把第一组的起点稍微减小一点；④列频数分布表；⑤画频数分布直方图：用横轴表示各分段数据，纵轴反映各分段数据的频数，小长方形的高表示频数，绘制频数分布直方图。

### 知识点3 平均数

1.平均数：一般地，对于 个数 ， ， ， ，把 叫作这 个数的算术平均数，简称平均数。

2.加权平均数：一般地，若 个数 , , , 的权分别是 , , , ，则 叫作这 个数的加权平均数。

### 知识点4 众数、中位数

1.众数：一组数据中出现次数 最多 的数据。

2.中位数：将一组数据按由小到大（或由大到小）的 顺序排列 ，处在最中间位置的一个数据（或最中间两个数据的平均数）。

### 知识点5 方差

1.方差：设有 个数据 ， ， ， ，各数据与它们的平均数 的差的平方和的平均数，叫作这组数据的方差。通常用“ ”表示，即 。

2.方差越大，数据的波动 越大，稳定性 越差 ；方差越小，数据的波动 越小 ，稳定性 越好 。

## 第29讲 概率

### 知识点1 事件的分类

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 事件类型 | | 定义 | 概率 |
| 确定性事件 | 必然事件 | 在一定条件下，必然会发生的事件 | 1 |
| 不可能事件 | 在一定条件下，必然不会发生的事件 | 0 |
| 随机事件（不确定事件） | | 在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件 | 0—1 |

### 知识点2 概率的计算与应用

1.概率的计算

（1）公式法：如果在一次试验中，有 种可能的结果，并且它们发生的可能性都相等，事件 包含其中的 种结果，那么事件 发生的概率 。

（2）列举法：①列表法：当一次试验要涉及两个因素，并且可能出现的结果数目较多时，应 不重不漏 地列出所有可能的结果，通常采用列表法求事件发生的概率。

②画树状图法：当一次试验要涉及3个或 更多 的因素时，通常采用画树状图来求事件发生的概率。

（3）用频率估计概率：一般地，在大量重复试验中，如果事件 发生的频率 稳定 于 ，那么我们可以估计事件 发生的概率 。适用条件：当试验的所有可能结果不是有限个，或各种结果发生的可能性不相等时，我们一般要通过统计频率来 估计 概率。

（4）几何概型：几何概型就是与几何图形有关的概率问题，其计算方法的实质就是求图形的长度比、面积比、体积比等。

2.概率的应用

概率是和 实际 结合非常紧密的数学知识，可以对生活中的某些现象作出评判，如解释摸奖、评判游戏活动的 公平性 、数学竞赛获奖的可能性等，还可以对某些事件作出决策。